

OLIMPIADA DE MATEMATICA

FAZA LOCALĂ

15.02.2014

Clasa a VIII – a

1. (4 p) a) Calculați $\left[(2 + \sqrt{3})^{2014} + \frac{1}{(2 - \sqrt{3})^{2014}} \right] \cdot \frac{(4 - 2\sqrt{3})^{2014}}{2^{2013}}$
- (3 p) b) Determinați numerele raționale a și b astfel încât
- $$2a\sqrt{2} - b = a + b\sqrt{2} - 3 .$$
2. (4 p) a) Rezolvați ecuația $|x - 1| + |x - 2| + \dots + |x - 2013| = 2014(x - 2014)$.
- (3 p) b) Arătați că $x\sqrt{x} + y\sqrt{y} \geq x\sqrt{y} + y\sqrt{x}$, $\forall x, y \in \mathbb{R}_+$
3. (7 p) În cubul $ABCD A' B' C' D'$, M este mijlocul laturii AB , $C' M \cap D' B = \{P\}$. Dacă $BP = 4\sqrt{3}$, aflați distanța de la punctul D la diagonala $D' B$.
4. În tetraedrul regulat $ABCD$ se consideră punctul M - mijlocul lui $[AB]$ și N - mijlocul lui $[AC]$. Dacă muchia tetraedrului este de 8 cm., determinați :
- (3 p) a) Perimetrul patrulaterului $BCNM$
- (2 p) b) măsura unghiului format de dreapta MN cu AB
- (2 p) c) distanța de la punctul C la planul (ABD) .

Notă : Toate subiectele sunt obligatorii,

Timpe de lucru : 3 ore

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 p.

