

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ "SEVER AUREL GROZE"

Ediția a II-a, BECLEAN, 16-18 mai 2014

SUBIECTE CLASA a VI-a

1. Determinați numerele naturale \overline{abcd} cu proprietatea că, împărțind numărul \overline{abcd} la numărul \overline{dcba} , se obține câtul 2 și restul 74.

G.M. 3/2014

2. Doi elevi joacă un joc folosind două jetoane, pe fiecare jeton fiind înscris un număr mai mare ca 1.
În cadrul unei partide, fiecare copil primește un jeton și obține un punctaj egal cu numărul înscris pe jetonul său.
După un număr de n partide jucate ($n \geq 2$), un elev a acumulat 25 de puncte, iar celălalt 26 de puncte.
Care sunt numerele înscrise pe fiecare jeton ?
3. În triunghiul ascuțitunghic $\triangle ABC$, ducem $AD \perp BC, D \in (BC)$ și notăm cu M mijlocul laturii $[BC]$. Știind că $m(\angle B) = 2 \cdot m(\angle C)$, demonstrați că $AB = 2 \cdot DM$.

NOTĂ: *Toate subiectele sunt obligatorii*

Fiecare subiect se notează cu 0- 7 puncte

Nu se acordă puncte din oficiu

Timp efectiv de lucru 2 ore

Succes !

Subiecte și Barem

- Clasa a VI-a -

4. Determinați numerele naturale \overline{abcd} cu proprietatea ca, împărțind numărul \overline{abcd} la numărul \overline{dcba} , se obține câtul 2 și restul 74.

G.M. 3/2014

Soluție:

$$\overline{abcd} = 2 \cdot \overline{dcba} + 74 \Rightarrow 2a+4 \text{ are ultima cifra } d, d - \text{ par}, a \geq 2d \quad 2p.$$

⇒ I. $2a+4=d$ nu se poate, $a \geq 2d$

$$\text{II. } 2a+4=d+10 \Rightarrow 2a=d+6, \text{ verifica doar } d=2, a=4 \quad 2p.$$

⇒ $80b=190c+80 \Rightarrow 8|c \Rightarrow$ verifica doar $c=0, b=1 \Rightarrow 4102$ soluție 2p.

$$\text{III. } 2a+4=d+20 \Rightarrow a=8, d=0 \text{ și } a=9, d=2 \text{ care nu verifica} \quad 1p.$$

5. Doi elevi joacă un joc folosind două jetoane, pe fiecare jeton fiind înscris un număr mai mare ca 1. În cadrul unei partide, fiecare copil primește un jeton și obține un punctaj egal cu numărul înscris pe jetonul său.

După un număr de n partide jucate ($n \geq 2$), un elev a acumulat 25 de puncte, iar celălalt 26 de puncte. Care sunt numerele înscrise pe fiecare jeton ?

Soluție :

Fie a și b cele 2 numere înscrise pe jetoane, x numărul de jetoane având înscris nr. $a \Rightarrow n-x$ va fi numărul de jetoane având înscris nr. $b \Rightarrow$

$$xa + (n-x)b = 25 \text{ și } (n-x)a + xb = 26 \quad 1p$$

$$\Rightarrow n(a+b) = 51 = 3 \cdot 17, \text{ dar } a, b, n \geq 2 \Rightarrow a+b=17, n=3 \quad 3p$$

$$\Rightarrow (3-x)a + xb = 26, \text{ unde } 0 \leq x \leq 3$$

$$x=0, x=3 \text{ se ajunge ușor la o contradicție} \quad 1p$$

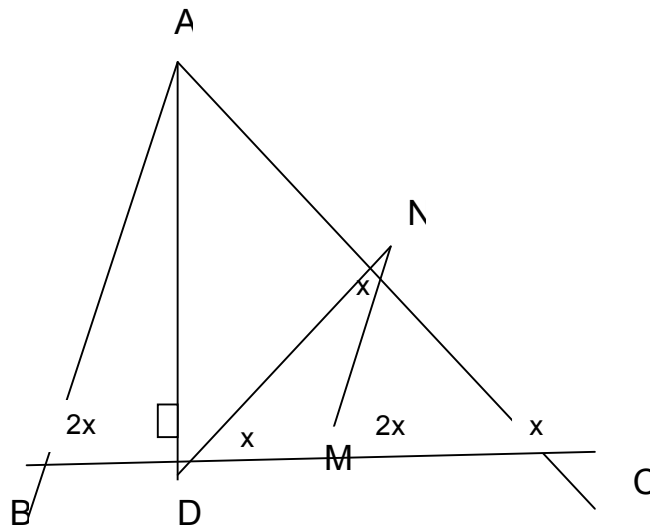
$$x=1 \Rightarrow 2a+b=26 \text{ și } a+2b=25 \Rightarrow a=9, b=8 \quad 1p$$

$$x=2 \Rightarrow a+2b=26 \text{ și } 2a+b=25 \Rightarrow a=8, b=9 \quad 1p$$

6. În triunghiul ascuțitunghic $\triangle ABC$, ducem $AD \perp BC, D \in (BC)$ și notăm cu M mijlocul laturii $[BC]$.

Știind că $m(\angle B) = 2 \cdot m(\angle C)$, demonstrați că $AB = 2DM$.

Solutie :



Notam cu x masura unghiului C. Fie N mijlocul lui [AC]

\Rightarrow MN linie mijlocie in $\Delta ABC \Rightarrow MN = \frac{AB}{2}$, $MN \parallel AB$ 1p

DN mediana in $\Delta ADC \Rightarrow DN = AN = NC$ 1p

$MN \parallel AB$, $m(\angle ABC) = 2x \Rightarrow m(\angle NMC) = 2x$ 2p

ΔDNC isoscel $\Rightarrow m(\angle NDM) = x$, dar $\angle NMC$ este \angle exterior ΔDMN

$\Rightarrow m(\angle NDM) = x = m(\angle DNM) \Rightarrow \Delta DMN$ isoscel 2p

$\Rightarrow DM = MN = \frac{AB}{2} \Rightarrow AB = 2DM$ 1p