INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN
BRĂILA

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA LOCALĂ, 16.02.2014
CLASA A IX-A
PROFIL ECONOMIC , SERVICII

1. Fie multimea $A=\left\{x\in Z \left| x=\frac{6k^2-5k+2}{3k+2} \right| k\in Z\right\}$

a)Sa se determine A

b)Determinati card B,daca card P(A)+P(B)=80 unde P(A) este mulţimea părţilor lui A.

2.Fie f:{1,2,3,...,2014,2015} → {-1,0,1}

a)Demonstraţi ca daca $f(1)\cdot f(2)\cdot \ldots \cdot f(2015)\neq 0$ atunci $f(1)+f(2)+\ldots+f(2015)\neq 0$

b)Calculaţi $f(1)+f(2)+\ldots+f(2015)$ pentru $f:N\to N$ $f(k)=k^2+k$.

3.Calculaţi $S=\{1+\frac{1}{1\cdot 2}\}+\{2+\frac{1}{2\cdot 3}\}+\ldots+\{2014+\frac{1}{2014\cdot 2015}\}$ unde {x} este partea fracţionara a lui x.

4. Se consideră un pătrat de perimetru P1. Pornind de la el costruim un şir de pătrate astfel cel de al doilea de perimetru P2 are vârfurile mijloacele laturilor primului, cel de al treilea vârfurile sunt mijloacele laturilor celui de al doilea , iar cel de al patrulea vârfurile sunt mijloacele laturior celui de al treilea.

a) Arătaţi ca (P_n) $n\in N^*$ este progresie geometrică cu $q=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

b) Dacă primul pătrat are latura l=10, câte din primele 2014 pătrate au perimetrele în Q.

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii . Fiecare subiect este notat de la 0 la7.
Timp de lucru trei ore.

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN
BRĂILA

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA LOCALĂ, 16.02.2014
CLASA A X-A
PROFIL ECONOMIC , SERVICII

1. a) Calculaţi

$$S=\frac{1}{\log_2 1+\log_2 2+\log_2 3+\ldots+\log_2 2014}+\frac{1}{\log_3 1+\log_3 2+\log_3 3+\ldots+\log_3 2014}+\ldots$$
$$+\frac{1}{\log_{2014} 1+\log_{2014} 2+\log_{2014} 3+\ldots+\log_{2014} 2014}$$

b) Să se rezolve ecuatia : $2^{|x+1|}-|2^x-1||=2^x+1$

2.Se considera numarul $z_n=i+i^2+\ldots..+i^n$ $n\in N^*$

a) Calculaţi z_{2014}

b) Determinaţi valorile lui n pentru care $z_n\in R$

3.Dacă $z=\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}$

a) Calculaţi z^2 si z^{2014}

b) Dacă $S_1=\cos\frac{\pi}{4}+\cos\frac{2\pi}{4}+\cos\frac{3\pi}{4}+\ldots+\cos\frac{2014\pi}{4}$

$S_2=\sin\frac{\pi}{4}+\sin\frac{2\pi}{4}+\sin\frac{3\pi}{4}+\ldots+\sin\frac{2014\pi}{4}$

Să se calculeze S_1 şi S_2.

4. Fie numerele $x=2014^{\frac{a-b}{ab}}\cdot 2014^{\frac{b-c}{bc}}\cdot 2014^{\frac{c-a}{ca}}$ unde $a,b,c\in N^*$, ab, bc,ca ≥ 2

si $y=4\cdot\frac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{2}^{-1}\right)^2+\left(\sqrt{2}-\sqrt{2}^{-1}\right)^2}{\left(2-2^{-2}\right)^2-\left(2+2^{-2}\right)^2}$.

Calculaţi $(x-y-5)^{2014}+(-x+y+5)^{2014}$.

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii . Fiecare subiect este notat de la 0 la7.
Timp de lucru trei ore.

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN
BRĂILA

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA LOCALĂ, 16.02.2014
CLASA A XI-A
PROFIL ECONOMIC , SERVICII

1. Se consideră $A=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&2&0\\3&0&0\end{pmatrix}$ si $C_{(A)}=\{X \in M_3(C) \,/\, AX=XA\}$

a) Să se arate că $B=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&0\\3&0&1\end{pmatrix}\in C(A)$

b) Sa se arate ca daca $X\in C(A)$ atunci X este de forma $X=\begin{pmatrix}a&0&c\\0&b&0\\3c&0&a\end{pmatrix}$

c) Daca $Y\in C(A)$ si $Y^2=O_3$.

2.Fie $D=\begin{vmatrix}a+1&a-1&a^2-1\\b+1&b-1&b^2-1\\c+1&c-1&c^2-1\end{vmatrix}$ scrieţi valoarea lui D ca produsde factori.

3.a) Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\left(a\sqrt{n^2}+b\sqrt{n^2+1}+c\sqrt{n^2+2}\right)$ dacă a+b+c=0

b) Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 2014x}{\sqrt{x+49}-7}$

4.Se considera f : R → R $f(x)=\begin{cases}ax^2+bx\ , & x\le 1\\ bx^2+ax\ , & x>1\end{cases}$ cu a,b ∈ R

a)Să se studieze existenţa limitei $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$

b) Să se determine a,b∈ R dacă $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[3]{x\cdot f(x)}+x\right)=1$

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii . Fiecare subiect este notat de la 0 la7.
Timp de lucru trei ore.

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN
BRĂILA

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA LOCALĂ, 16.02.2014
CLASA A XII-A
PROFIL ECONOMIC , SERVICII

1.Fie $G=\left\{A\in M_2(Q)\middle|A=\begin{pmatrix}2a & 3b\\ b & 2a\end{pmatrix},\ 4a^2-3b^2=1\right\}$.

a) Să se arate ca (G,·) este grup abelian.
b) Să se arate ca G are cel putin 2014! elemente

2. Fie G=(6,∞) si operatia $\circ$:GxG → G pentru $x\circ y=xy-6x-6y+42$, $\forall$x,y $\in$ G .

a) Să se arate ca $x\circ y=(x-6)(y-6)+6$.
b) Să se arate ca (G, $\circ$) este grup abelian.
c) Să se rezolve ecuația : $x\circ x\circ\ldots\circ x=x$
d) Determinati a,b$\in R$ astfel incat $f_{(x)}=ax+b$ este un izomorfism de la $(R_+^*,\cdot)$ la (G,$\circ$)

3. Să se calculeze :

a) $\int\frac{2e^{\operatorname{arctg}x}+3x\ln\left(x^2+1\right)+7}{x^2+1}dx$, $x\in R$.

b) $\int\frac{f''(x)\cdot f(x)-\left(f'(x)\right)^2}{f^2(x)}dx$,$f(x)=e^{\operatorname{arctg}x}$, $x\in R$.

4.Să se arate că nu exista funcții f : R→ R^* care admit primitive astfel încât pentru o primitivă F a lui f să avem relația : $F(x)\cdot F(1-x)=F\left(x^2\right)$, $\forall\ x\in R$.

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii . Fiecare subiect este notat de la 0 la7.
Timp de lucru trei ore.