

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN
BRĂILA

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”
ETAPA LOCALĂ, 16.02.2014
CLASA A IX-A
PROFIL UMAN, ȘTIINȚE SOCIALE

1. Fie a_1, a_2, \dots, a_n numere reale strict pozitive.

a) Dacă a_1, a_2, \dots, a_n sunt în progresie aritmetică de rație 2 și $a_1 = 1$, să se calculeze suma

$$\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{n-1}} + \sqrt{a_n}}.$$

b) Dacă a_1, a_2, \dots, a_n sunt în progresie geometrică de rație 4, să se calculeze suma

$$\frac{\sqrt{a_1}}{\sqrt{a_2} - \sqrt{a_1}} + \frac{\sqrt{a_2}}{\sqrt{a_3} - \sqrt{a_2}} + \dots + \frac{\sqrt{a_{n-1}}}{\sqrt{a_n} - \sqrt{a_{n-1}}}.$$

2. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $|x - [x]| = x - |x|$, unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului real a .

3. Determinați funcțiile $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ cu proprietatea $\begin{cases} f(2x+8) + 2g(4x+19) = x+2 \\ f(x+2) + g(2x+7) = 2x+6 \end{cases}$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

4. Fie triunghiul ABC , având G centrul de greutate.

a) Arătați că $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

b) Fie P un punct pe latura BC astfel încât $GP \parallel AB$. Demonstrați că $\overrightarrow{GP} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GB}}{4}$

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii . Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.

Timp de lucru trei ore.

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN
BRĂILA

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”
ETAPA LOCALĂ, 16.02.2014
CLASA A X-A
PROFIL UMAN, ȘTIINȚE SOCIALE

1. Studiați bijectivitatea funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} ax + 2a - 1, & x \geq 0 \\ (2a - 1)x + b, & x < 0 \end{cases}$, unde $a, b \in \mathbb{R}$.

Discuție.

2. Rezolvați în mulțimea \mathbb{R} ecuațiile:

a) $\lg(x+2) - \lg(x-2) = 1$.

b) $\sqrt{x+2} = 2 - \log_{2014}(x+2015)$.

3. Fie $n \in \mathbb{N}^*$. Calculați partea întreagă a numărului $A = \log_n \left(\sqrt{n^2+1} + \sqrt{n^2+2} \right)$.

4. Se dau numerele $a, b, c \in (1, \infty)$ astfel încât $\lg a, \lg b, \lg c$ să fie în progresie geometrică.

Arătați că vârful parabolei asociate graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$ este situat în cadranul II.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii . Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.

Timp de lucru trei ore.

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN
BRĂILA

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”
ETAPA LOCALĂ, 16.02.2014
CLASA A XI-A
PROFIL UMAN , ȘTIINȚE SOCIALE

1. Un graf are 7 vârfuri. a) Care este numărul maxim de muchii ale grafului? b) Dacă numărul de muchii al grafului este mai mare decât 15, să se arate că graful respectiv nu are vârfuri izolate.

2.La un magazin , într-o săptămână s-au obținut următoarele încasări (în mii lei):

	Luni	Marți	Miercuri	Joi	Vineri	Sămbătă
x_i	12	16	20	24	28	32

a)Magazinul are un adaos comercial (diferența dintre prețul de vânzare și cel de cumpărare) de 25% . Cheltuielile zilnice de luni până sâmbătă sunt de 1200 de leiși de 1700 dacă se lucrează și duminica.Care este media și dispersia profitului magazinului ?

b)Care ar trebui să fie nivelul încasărilor duminica pentru ca patronul să aibă un profit brut de 2500 de lei săptămânal , organizând activitate și duminica?

3.La un concurs de matematică, din totalul participanților 78% au rezolvat primul subiect, 72% pe cel de-al doilea, 50 de elevi au rezolvat ambele subiecte și nu au existat elevi care să nu fi rezolvat nici unul dintre cele două subiecte. Câți elevi au participat la concurs?

4.Într-o localitate locuiesc 20110 persoane (blonzi și bruneți). Nu toți spun adevărul (30% dintre blonzi spun că sunt bruneți și 20% dintre bruneți spun că sunt blonzi).Restul spun adevărul. La un sondaj de opinie la întrebarea care e culoarea părului dumneavoastră 60% apuns că sunt blonzi .Câți bruneți locuiesc în comună?

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii . Fiecare subiect este notat de la 0 la7.

Timp de lucru trei ore.

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN
BRĂILA

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”
ETAPA LOCALĂ, 16.02.2014
CLASA A XII-A
PROFIL UMAN, ȘTIINȚE SOCIALE

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Demonstrați că $A^3 = O_3$ și $\det(A + I_3) \cdot \det(I_3 - A + A^2) = 1$

b) Calculați $2A + 3A^2 + 4A^3 + \dots + 2014A^{2013}$.

c) Calculați $(A + I_3)^n$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

2. Pe mulțimea \mathbb{R} se definește legea $x \circ y = \sqrt[5]{x^5 + y^5}$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.

a) Calculați $2 \circ (-2)$

b) Arătați că legea este asociativă

c) Calculați elementul neutru.

3. Se consideră sistemul de ecuații :
$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 2 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = -3 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = 5 \end{cases}$$
, unde $a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{daca } i=j \\ 0, & \text{daca } i>j \\ (-1)^{i+j} C_j^i, & \text{daca } i<j \end{cases}$

și A matricea asociată sistemului.

a) Să se calculeze $\det A$.

b) Calculați $S = x_1 + x_2 + x_3$, unde (x_1, x_2, x_3) este soluția sistemului.

4. Se consideră ecuația
$$\begin{vmatrix} e^{2x^2} & e^{-a} & e^{-x} \\ e^{-a} & e^{2x} & e^{-x^2} \\ e^{-x} & e^{-x^2} & e^{2a} \end{vmatrix} = 0$$
, unde $a \in \mathbb{R}$. Determinați valorile reale ale lui a

pentru care rădăcinile reale ale ecuației sunt de semne contrare.

Notă:

Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.