

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
"EUGEN IONESCU"
Ediția a IV-a – 21.III.2009

CLASA A III-A

1. Calculați pe $2 \times a + 3 \times b + c$ știind că:

$$a = (5 + 5 : 5 + 2 - 2 : 2) \times 2$$

$$b = [36 - 16 : (25 : 5 - 12 : 3)] : 5 - 4$$

$$c = 7 + 3 \times [2 - 27 : (5 \times 5 + 2 : 1)]$$

2. Dacă veverița pune în fiecare dintre camerele sale câte 8 nuci, îi rămân 9 nuci afară, iar dacă pune câte 9 nuci îi rămân 2 nuci afară. Câte camere și câte nuci are veverița?

3. a) Scrieți 6 numere de trei cifre care au cifra zecilor egală cu dublul cifrei sutelor.

b) Calculați suma numerelor de două cifre care au cifra zecilor egală cu dublul sau triplul cifrei unităților.

c) Câte numere de trei cifre au cifra zecilor egală cu dublul cifrei sutelor?

inst. Maria Neferu, Drăgășani

4. Un pahar și o sticlă cântăresc cât o cană, iar sticla respectivă cântărește cât paharul și o farfurie. Știind că două căni cântăresc cât 3 farfurii, aflați câte pahare cântăresc cât o sticlă.

*Comisia de selecție a subiectelor: inst. Margareta Gheorghiză, inst. Mariana Vladu,
inst. Vasile Vladu, Slatina*

NOTĂ.

1. Toate subiectele sunt obligatorii.

2. Fiecărui subiect i se acordă de la 0 la 7 puncte.

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
"EUGEN IONESCU"
Ediția a IV-a – 21.III.2009

CLASA A IV-A

1. Calculați pe a din egalitatea:

$$8 \times \{212 - 5 \times [a + 3 \times (5 \times 6 - 17)]\} = 96$$

[* * *]

2. O bunică are 2 nepoți. Vârsta bunicii este un număr format din două cifre, fiecare dintre cifre fiind vârsta unuia dintre cei doi nepoți.

Ce vârsta are fiecare, dacă suma vârstelor celor 3 este 69 de ani?

Cornelia Șerpou, Slatina

3. Se dă șirul de numere naturale: 2, 6, 12, 20, 30,

a) Să se scrie următorii doi termeni ai șirului.

b) Aflați al 20–lea și al 100–lea termen al șirului.

c) Numărul 930 face parte din șir? Justificați! În caz afirmativ, precizați al câtelea termen al șirului este 930.

Grațiela Popa, Slatina

4. Numărul \overline{abc} se împarte exact la succesul numărului $2 \cdot \overline{ab}$, dând câtul c și restul 0. Câte numere \overline{abc} au această proprietate?

Steluța Tudoran, Slatina

NOTĂ.

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Fiecărui subiect i se acordă de la 0 la 7 puncte.

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
"EUGEN IONESCU"
Ediția a IV-a – 21.III.2009

CLASA A V-A

1. a) Numerele naturale x și y dau resturile 8 și respectiv 34 la împărțirea cu 30, respectiv 35.

a1) Să se afle restul împărțirii numărului $3x + 2y$ la 10.

a2) Să se arate că numărul $3x + 2y$ nu este pătrat perfect.

Grațierea Popa, Slatina

b) Să se determine numerele naturale a, b, c astfel încât $a < b < c$ și $a^a + b^b + c^c = 287$.

Gazeta Matematică nr.11/2008, Suplimentul cu exerciții

2. În careul de mai jos, suma numerelor scrise pe coloane, linii și diagonale este aceeași.

	x	
2008	2009	
		2010

Să se determine numărul din locul lui x .

Mihail Chiriac, Slatina

3. Se dă mulțimea $A = \{9, 14, 19, 24, \dots, 10044, 10049\}$.

a) Să se determine cardinalul mulțimii A .

b) Dacă B este o submulțime a lui A , astfel încât $\text{card } B = 1006$, să se arate că în B există două numere a căror sumă este 10063.

Ion Neață, Slatina

4. Suma unor numere naturale impare consecutive este 2009, iar numărul cifrelor lor este 81. Determinați aceste numere.

Niculae Grigorescu, Slatina

NOTĂ.

1. Toate subiectele sunt obligatorii.

2. Fiecărui subiect i se acordă de la 0 la 7 puncte.

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
"EUGEN IONESCU"
Ediția a IV-a – 21.III.2009

CLASA A VI-A

1. Aflați numerele naturale n și m care verifică simultan următoarele condiții:

- a) $n = 5^y \cdot 11^x$;
- b) $m = 2^x \cdot 11^z$;
- c) n are 15 divizori naturali;
- d) m are 12 divizori naturali.

Gazeta Matematică nr.10/2008, Suplimentul cu exerciții

2. Un număr natural de forma x^n , unde $x, n \in \mathbb{N}^*$ se numește *tricubic* dacă se poate scrie sub forma $a^3 + 2b^3 + c^3$, cu $a, b, c \in \mathbb{N}^*$.

- a) Arătați că 81 este număr *tricubic*.
- b) Arătați că există o infinitate de numere *tricubice*.

Daniel Cojocaru, Slatina

3. a) Să se arate că pentru orice numere naturale a, b are loc egalitatea: $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

b) Numărul N , format din patru cifre mai mici sau egale cu 6, nu neapărat distincte, este pătrat perfect. Să se afle N , știind că măbind fiecare cifră a sa cu trei unități, se obține un nou pătrat perfect.

Marius Perianu, Slatina

4. Se consideră triunghiul isoscel ABC , cu $[AB] \equiv [AC]$. Fie $BB' \perp AC$, $B' \in (AC)$ și $CC' \perp AB$, $C' \in (AB)$. Perpendicularele în B și C pe BC intersectează CC' , respectiv BB' în N și M .

- a) Să se arate că $[BM] \equiv [CN]$.
- b) Dacă P este mijlocul segmentului $[B'C']$, R este mijlocul lui $[BC]$, iar $\{Q\} = BB' \cap CC'$, să se arate că punctele A, P, Q, R sunt coliniare.

GrațIELA Popa, Slatina

NOTĂ.

- 1. Toate subiectele sunt obligatorii.
- 2. Fiecărui subiect i se acordă de la 0 la 7 puncte.

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
"EUGEN IONESCU"
Ediția a IV-a – 21.III.2009

CLASA A VII-A

1. Să se demonstreze că

$$\frac{3}{1 \cdot 2} + \frac{4}{2 \cdot 3} + \frac{5}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{n+2}{n(n+1)} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} \right) < 2,$$

oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$.

Gazeta Matematică nr.10/2008

2. Fie M mijlocul laturii $[BC]$ a triunghiului ABC . Pe laturile (AB) și (AC) se consideră punctele D , respectiv E , astfel încât $\frac{BD}{DA} = m$ și $\frac{CE}{EA} = n$. Dacă $DE \cap AM = \{Q\}$, să se demonstreze că $\frac{MQ}{QA} = \frac{m+n}{2}$.

Dorin Popa, Slatina

3. a) Dacă $a \in \mathbb{N}$ și $\sqrt{a} \in \mathbb{Q}$, să se arate că $\sqrt{a} \in \mathbb{N}$.
b) Dacă $a \in \mathbb{N}$, să se demonstreze că $\sqrt{n^3 - n + 5}$ este număr irațional.

Niculae Grigorescu, Slatina

4. Fie 9 numere naturale care divid 30^{2009} . Să se arate că există două dintre acestea având produsul pătrat perfect.

Gazeta Matematică nr.1/2009

NOTĂ.

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Fiecărui subiect i se acordă de la 0 la 7 puncte.

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
"EUGEN IONESCU"
Ediția a IV-a – 21.III.2009

CLASA A VIII-A

SUBIECTUL I: Pe foaia de concurs se trec numai rezultatele.

1. (4p) a) Rezultatul calculului $\sqrt{72} - \sqrt{18}$ este
(4p) b) Valoarea absolută a numărului $3\sqrt{5} - 5\sqrt{3}$ este
(4p) c) Dacă $E(x) = x^2$ atunci $E(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ este egal cu
2. (4p) a) Mulțimea soluțiilor naturale ale inecuației $2x - 3 \leq 10$ este
(4p) b) Media aritmetică a numerelor $\sqrt{6 + 4\sqrt{2}}$ și $\sqrt{6 - 4\sqrt{2}}$ este
(4p) c) Dacă $\sqrt{x^2 - 2x + 5} \leq 2$, atunci x are valoarea
3. (4p) a) Se consideră punctele $A(1; 0)$, $B(5; 0)$ și $C(0; 4)$. Atunci aria triunghiului ABC este
(4p) b) Valoarea de adevăr a propoziției " $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2$, $(\forall) a, b, c \in \mathbb{R}$ " este
(4p) c) Valoarea de adevăr a propoziției " $(2x - 1)(2x + 1) = 2x^2 - 1$, $(\forall) x \in \mathbb{R}$ " este
4. (6p) a) Dacă un cub are diagonala de $6\sqrt{3}$ cm atunci volumul cubului este de ... cm³.
(4p) b) Dacă o piramidă triunghiulară regulată are muchia laterală de 10 cm și muchia bazei de 12 cm, atunci înălțimea piramidei are lungimea de ... cm.
(4p) c) Dacă o prismă triunghiulară regulată are fețele laterale pătrate și volumul de $54\sqrt{3}$ cm³, atunci aria sa laterală este de ... cm².

SUBIECTUL II: Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete

1. (5p) a) Aflați două numere reale știind că suma lor este $7\sqrt{3}$ iar diferența lor este $3\sqrt{3}$.
(5p) b) Demonstrați că numărul $\sqrt{1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 2007 + 2009}$ este natural.
2. Se consideră $E(x) = \frac{x+1}{x-1} + \frac{4}{x^2-1} + \frac{1-x}{x+1}$.
(5p) a) Aduceți $E(x)$ la forma cea mai simplă .
(5p) b) Dacă $F(x) = \frac{4}{x-1}$ aflați $x \in \mathbb{Z}$ pentru care $\frac{4}{|F(x)|} \leq 2$.

3. Se consideră cubul $ABCD A' B' C' D'$ cu diagonala de $12\sqrt{3}$ cm.

(5p) a) Desenați cubul $ABCD A' B' C' D'$.

(5p) b) Aflați aria totală și volumul cubului.

(5p) c) Aflați distanța minimă pe suprafața laterală a cubului de la punctul A la punctul C' .

(5p) d) Calculați cosinusul unghiului diedru format de planele $(A'BC')$ și (DCC') .

SUBIECTUL III:

1. (10p) Să se arate că dacă $n \in \mathbb{N}$ și primele două zecimale ale numărului $\sqrt{n^2 + 4n + 1}$ sunt egale cu 9, atunci $n \geq 149$.

Costel Anghel, Slatina

2. (10p) Unui număr natural cu 2009 cifre i se schimbă ordinea cifrelor în mod arbitrar. Este posibil ca diferența dintre numărul inițial și cel final să fie 2010?

Mihail Chiriac, Slatina

NOTĂ.

1. Toate subiectele sunt obligatorii.

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
EUGEN IONESCU
 Ediția a IV-a, 21 martie 2009

Clasa a V-a

BAREM DE CORECTARE

Problema 1.

a1) Conform teoremei împărțirii cu rest avem: $\begin{cases} x = 30a + 8 \\ y = 35b + 34 \end{cases}$ **1p**

Atunci $\begin{cases} 3x = 90a + 24 \\ 2y = 70b + 68 \end{cases} \Rightarrow 3x + 2y = 90a + 70b + 92$ **1p**

$3x + 2y = 10(9a + 7b + 9) + 2$, deci restul împărțirii lui $3x + 2y$ la 10 este 2 **1p**

a2) Ultima cifră a lui $3x + 2y$ este 2, deci $3x + 2y$ nu este pătrat perfect **1p**

b) Deoarece $5^5 = 3125 > 287$, rezultă că $c \leq 4$ **1p**

În plus, dacă $c \leq 3$, atunci $a = 1, b = 2$ și $c = 3$, atunci $a^a + b^b + c^c = 32$, fals, deci $c = 4$ **1p**

Obținem $c = 4$ și $a^a + b^b = 31$, cu soluțiile $a = 2$ și $b = 3$ **1p**

Problema 2.

a	x	c
2008	2009	b
		2010

Completăm tabloul cu următoarele elemente:

Suma elementelor de pe a doua linie este egală cu suma elementelor de pe diagonală, de unde rezultă că $2008 + 2009 + b = a + 2009 + 2010$, deci $b = a + 2$ **4p**

Suma elementelor de pe prima linie este egală cu suma elementelor de pe a treia coloană, deci $a + x + c = c + b + 2010$, de unde $x = 2012$ **3p**

Problema 3.

a) Elementele mulțimii A sunt de forma $5k + 4$, unde $1 \leq k \leq 2009$ **2p**
 card $A = 2009$ **1p**

b) Observăm că $10063 = 14 + 10049 = 19 + 10044 = 24 + 10039 = \dots = 5029 + 5034$ **2p**
 Aranjăm elementele mulțimii $A \setminus \{9\}$ într-un tabel astfel:

14	19	24	...	5024	5029
10049	10044	10039	...	5039	5034

Sunt 2008 elemente în tabel, deci 1004 coloane. Orice submulțime $B \subset A$ cu 1006 elemente conține cel puțin 1005 elemente din tabel, deci va conține două elemente aflate unul sub altul în tabel **1p**

Ca urmare, B conține două elemente cu suma 10063 **1p**

Problema 4.

Suma este 2009, deci numerele considerate sunt în număr impar **2p**

Numerele pot fi scrise sub forma $n - 2k, n - 2k + 2, n - 2k + 4, \dots, n - 2, n, n + 2, \dots, n + 2k$, unde $n \geq 2k + 1$ **1p**

Suma acestor numere este $n(2k + 1) = 2009$ **1p**

Atunci $n, 2k + 1 \in D_{2009} = \{1, 7, 41, 49, 287, 2009\}$ **1p**

Cum $n \geq 2k + 1$, sunt posibile doar cazurile:

C1: $\begin{cases} 2k + 1 = 7 \\ n = 287 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 3 \\ n = 287 \end{cases} \Rightarrow$ numerele sunt 281, 283, 285, 287, 289, 291, 293, care au în total **1p**

21 de cifre, ceea ce nu convine **1p**

C2: $\begin{cases} 2k + 1 = 41 \\ n = 49 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 20 \\ n = 49 \end{cases} \Rightarrow$ numerele sunt 9, 11, 13, ..., 89 care au 81 de cifre în total **1p**

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
EUGEN IONESCU
 Ediția a IV-a, 21 martie 2009

Clasa a VI-a

BAREM DE CORECTARE

Problema 1.

- Numărul de divizori ai lui n este $(y + 1)(x + 1) = 15$ **1p**
 Numărul de divizori ai lui m este $(x + 1)(z + 1) = 12$ **1p**
 Atunci $x + 1 \mid 15$ și $x + 1 \mid 12$, deci $x + 1 \in \{1, 3\}$ **3p**
 Dacă $x + 1 = 1$, atunci $x = 0$, $y = 14$, $z = 11$, deci $m = 11^{11}$ și $n = 5^{14}$ **1p**
 Dacă $x + 1 = 3$, atunci $x = 2$, $y = 4$, $z = 3$, deci $m = 2^2 \cdot 11^3$ și $n = 5^4 \cdot 11^2$ **1p**

Problema 2.

- a) $81 = 3^4 = 1^3 + 2 \cdot 2^3 + 4^3$ **2p**
 b) Inspirați de subpunctul anterior, putem scrie:
 $3^{3k+4} = 3^{3k} \cdot 81 = (3^k)^3 \cdot [1^3 + 2 \cdot 2^3 + 4^3] = (3^k)^3 + 2 \cdot (2 \cdot 3^k)^3 + (4 \cdot 3^k)^3$ **3p**
 Există deci o infinitate de numere *tricubice* și anume cele de forma 3^{3k+4} , $k \in \mathbb{N}$ **2p**

Problema 3.

- a) $(a + b)(a - b) = a(a - b) + b(a - b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2$ **1p**
 b) Fie M numărul format din N prin mărirea cu trei unități a cifrelor sale. Atunci există numerele naturale a și b astfel încât $M = a^2$ și $N = b^2$ **1p**
 Cum cifrele lui N sunt mai mici sau egale cu 6, rezultă că:
 $M - N = 3333 \Rightarrow (a - b)(a + b) = 3333 = 3 \cdot 11 \cdot 101$ **2p**
 Cazul 1. $\begin{cases} a - b = 3 \\ a + b = 1111 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 557 \\ b = 554 \end{cases} \Rightarrow N = 554^2 = 306\,916$ nu convine **1p**
 Cazul 2. $\begin{cases} a - b = 11 \\ a + b = 303 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 157 \\ b = 146 \end{cases} \Rightarrow N = 146^2 = 21\,316$ nu convine **1p**
 Cazul 3. $\begin{cases} a - b = 33 \\ a + b = 101 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 67 \\ b = 34 \end{cases} \Rightarrow N = 34^2 = 1156$ - soluție **1p**

Problema 4.

- a) $\triangle BCC' \equiv \triangle CBB'$ (I.U.) $\Rightarrow [BC'] \equiv [CB']$ **1p**
 $\triangle BNC' \equiv \triangle CMB'$ (C.U.) $\Rightarrow [BN] \equiv [CM]$ **1p**
 $\triangle BNC \equiv \triangle CMB$ (C.C.) $\Rightarrow [NC] \equiv [MB]$ **1p**
 b) $\triangle AB'C'$ isoscel $\Rightarrow (AP$ este bisectoarea unghiului \widehat{BAC}) **1p**
 $\triangle AQC' \equiv \triangle AQB'$ (C.I.) $\Rightarrow (AQ$ este bisectoarea unghiului \widehat{BAC}) **1p**
 $\triangle ABC$ isoscel $\Rightarrow (AR$ este bisectoarea unghiului \widehat{BAC}) **1p**
 $(AP, (AQ, (AR$ coincid, deci A, P, Q, R sunt coliniare **1p**

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
EUGEN IONESCU
 Ediția a IV-a, 21 martie 2009

Clasa a VII-a
BAREM DE CORECTARE

Problema 1.

Deoarece $\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$, rezultă $\frac{k+2}{k(k+1)} = \frac{k+2}{k} - \frac{k+2}{k+1}$ **2p**

Atunci:

$$\begin{aligned} \frac{3}{1 \cdot 2} &= \frac{3}{1} - \frac{3}{2} \\ \frac{4}{2 \cdot 3} &= \frac{4}{2} - \frac{4}{3} \\ \frac{5}{3 \cdot 4} &= \frac{5}{3} - \frac{5}{4} \\ &\vdots \\ \frac{n+1}{(n-1)n} &= \frac{n+1}{n-1} - \frac{n+1}{n} \\ \frac{n+2}{n(n+1)} &= \frac{n+2}{n} - \frac{n+2}{n+1} \end{aligned}$$

Adunând relațiile de mai sus termen cu termen rezultă

$$\frac{3}{1 \cdot 2} + \frac{4}{2 \cdot 3} + \frac{5}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{n+2}{n(n+1)} = \frac{3}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{n+2}{n+1}$$
 **3p**

Membrul stâng din enunț se scrie

$$\frac{3}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{n+2}{n+1} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} \right) = 3 - \frac{n+2}{n+1} = 2 - \frac{1}{n+1} < 2$$
 **2p**

Problema 2.

Dacă $m = n$, atunci $DE \parallel BC$ **1p**

$$DQ \parallel BC \Rightarrow \frac{MQ}{QA} = m = \frac{m+n}{2}$$
 **1p**

Dacă $m \neq n$, fie $DE \cap BC = \{P\}$. Fără a restrânge generalitatea, putem presupune că $m < n$, ceea ce conduce la $B \in (PM)$

În $\triangle ABM$ cu transversala $P - D - Q$, obținem $\frac{MQ}{QA} \cdot \frac{PB}{PM} = m$ (1) **1p**

În $\triangle ACM$ cu transversala $P - E - Q$, obținem $\frac{MQ}{QA} \cdot \frac{PC}{PM} = n$ (2) **1p**

Adunând relațiile (1) și (2) rezultă $\frac{MQ}{QA} \cdot \frac{PB+PC}{PM} = m+n$ **1p**

Dar $\frac{PB+PC}{PM} = 2$ **1p**

$$\frac{MQ}{QA} = \frac{m+n}{2}$$
 **1p**

Problema 3.

a) Din $\sqrt{a} \in \mathbb{Q}$, rezultă $\sqrt{a} = \frac{p}{q}$, $p, q \in \mathbb{N}$, $q \neq 0$ și $(p, q) = 1$.

Atunci $a = \frac{p^2}{q^2}$, deci $p^2 = aq^2$, de unde $q^2 \mid p^2$, adică $q \mid p$ **1p**

Cum $(p, q) = 1$ și $q \mid p$, rezultă $q = 1$, deci $\sqrt{a} = p \in \mathbb{N}$ **1p**

b) Presupunând că $\sqrt{n^3 - n + 5} \in \mathbb{Q}$, ar rezulta că $\sqrt{n^3 - n + 5} \in \mathbb{N}$, adică $n^3 - n + 5$ este pătrat perfect **1p**

- $n^3 - n = (n - 1) \cdot n \cdot (n + 1)$ este produsul a trei numere consecutive, deci este divizibil cu 6 ... **1p**
 Rezultă $n^3 - n + 5 = 6p + 5 = 3k + 2$ **2p**
 Pătratele perfecte sunt de forma $3k$ sau $3k + 1$, deci presupunerea făcută este falsă **1p**

Problema 4.

$30^{2009} = 2^{2009} \cdot 3^{2009} \cdot 5^{2009}$ **1p**

Pentru ca doi divizori ai lui 30^{2009} să aibă produsul pătrat perfect, este necesar ca exponenții lui 2, 3 și 5 din descompunerea celor doi divizori să aibă suma un număr par, adică să aibă aceeași paritate **2p**

Din orice 9 numere care divid pe 30^{2009} , exponentul lui 2 are aceeași paritate la 5 dintre acestea **1p**

Din aceste 5 numere, exponentul lui 3 are aceeași paritate la 3 dintre acestea **1p**

Din aceste 3 numere, exponentul lui 5 are aceeași paritate la 2 dintre acestea **1p**

Produsul acestor 2 numere este pătrat perfect **1p**

Alternativ, dacă $x \mid 30^{2009}$, $x = 2^a \cdot 3^b \cdot 5^c$, sunt 8 posibilități de alegere a numerelor a, b, c în funcție de paritate și cum avem 9 numere, la două dintre acestea exponenții lui 2, 3 și 5 au aceeași paritate, deci produsul lor este pătrat perfect.

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ
EUGEN IONESCU
 Ediția a IV-a, 21 martie 2009

Clasa a VIII-a
BAREM DE CORECTARE

Subiectul I

1			2			3			4		
a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
$3\sqrt{2}$	$5\sqrt{3} - 3\sqrt{5}$	$5 + 2\sqrt{6}$	$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	2	1	8	F	F	216	$2\sqrt{7}$	108

Subiectul II

1. a) $a = 5\sqrt{3}, b = 2\sqrt{3}$
 b) $1 + 3 + 5 + \dots + 2009 = 1005^2 \Rightarrow \sqrt{1 + 3 + 5 + \dots + 2009} = 1005 \in \mathbb{N}$.
2. a) $E(x) = \frac{4}{x-1}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$.
 b) Avem $x \neq 1$ și $|x-1| \leq 2$, deci $x \in \{-1, 0, 2, 3\}$.
3. b) $A_t = 864 \text{ cm}^2, V = 1728 \text{ cm}^3$.
 c) Desfășurând cubul, rezultă $d_{\min} = 12\sqrt{5} \text{ cm}$.
 d) $\cos \left(\widehat{(A'BC')}, \widehat{(DCC')} \right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Subiectul III.1.

Deoarece $(n+1)^2 \leq n^2 + 4n + 1 < (n+2)^2$, rezultă $\left[\sqrt{n^2 + 4n + 1} \right] = n + 1 \dots\dots\dots$ **3p**
 Rezultă $\sqrt{n^2 + 4n + 1} - (n+1) > 0,99$, deci $\sqrt{n^2 + 4n + 1} > n + 1 + 0,99 = n + \frac{199}{100} \dots\dots\dots$ **4p**
 Ridicând la pătrat și efectuând calculele, obținem $n > \frac{29601}{200} = 148,005$, de unde $n \geq 149 \dots\dots$ **3p**

Subiectul III.2.

Restul împărțirii prin 9 a unui număr natural este același cu restul împărțirii sumei cifrelor numărului respectiv la 9 $\dots\dots\dots$ **3p**
 Schimbând ordinea cifrelor, numărul nou obținut are aceeași sumă a cifrelor ca și numărul inițial, deci numărul inițial și cel final dau același rest la împărțirea cu 9 $\dots\dots\dots$ **3p**
 Diferența acestor numere este divizibilă cu 9 $\dots\dots\dots$ **2p**
 Cum 2010 nu este divizibil cu 9, diferența celor două numere nu poate fi 2010 $\dots\dots\dots$ **2p**