International Mathematics Contest
The "CLOCK – TOWER SCHOOL"

17th Edition – 2014
Juniors I Competition

SUBIECTUL 1.
Determinaţi toate soluţiile reale pozitive ale celor 3 ecuaţii simultane

$$\begin{cases} x + y^2 + z^3 = 3 \\ x^2 + y^3 + z = 3 \\ x^3 + y + z^2 = 3 \end{cases}$$

SUBIECTUL 2.
Notăm cu $s(N)$ suma cifrelor numărului întreg pozitiv N, scris în baza 10.
Determinaţi toate numerele întregi pozitive n pentru care $s(n!) = 9$.
(Aici $n! = 1 \cdot 2 \cdots (n-1) \cdot n$ este *factorialul* lui n.)

SUBIECTUL 3.
Fie $ABCD$ un patrulater convex cu $AB = AD$. Fie E mijlocul arcului $\overset{\frown}{BC}$ al cercului $\odot(ABC)$ ce nu conţine punctul A, iar F mijlocul arcului $\overset{\frown}{CD}$ al cercului $\odot(ACD)$ ce nu conţine punctul A. Demonstraţi că $EF \perp AC$.

SUBIECTUL 4.
Fie numerele naturale $m, n > 1$. Considerăm un tablou de dimensiuni $2m \times 2n$. Două celule de dimensiuni 1×1 se zic *vecine* dacă au o latură comună, se găsesc la capetele opuse ale unei linii, sau se găsesc la capetele opuse ale unei coloane (astfel, fiecare celulă a tabloului are exact patru vecini).
În fiecare celulă este scris unul dintre numerele $1, 2, 3$, respectând următoarele condiţii

- dacă o celulă conţine numărul 3, atunci cel puţin trei dintre vecini conţin numărul 1;
- dacă o celulă conţine numărul 2, atunci cel puţin doi dintre vecini conţin numărul 1.

Printre toate configuraţiile care satisfac aceste condiţii, care este valoarea maximă care se poate obţine însumând toate numerele din tablou?

Fiecare problemă se notează de la 0 la 7 puncte.
Timp de lucru 3 ore.