

Concursul de matematică
"NUMITOR COMUN"

Ediția I, 7 decembrie 2013
Subiect pentru **clasa a-VIII-a**

Subiectul I (15 puncte)

Completați enunțurile pentru a deveni propoziții adevărate:

1. $(a + b + c)^2 = \dots\dots\dots$
2. Pentru a demonstra că o dreaptă este paralelă cu un plan arătăm că $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
3. Pentru a demonstra că o dreaptă este perpendiculară pe un plan arătăm că $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
4. Unghiul dintre o dreaptă și un plan este unghiul dintre $\dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots$
5. Dați exemple de două numere iraționale a căror sumă este număr rațional $\dots\dots\dots$

Subiectul II (15 puncte) (Redactați rezolvările)

1. Încadrați numărul $-3\sqrt{7}$ între doi întregi consecutivi.
2. Scrieți cel mai mare și cel mai mic număr întreg din intervalul $A = (-25, 14]$.
3. În cubul ABCDA'B'C'D' aflați sinusul unghiului dintre AC' și (ABC).
4. Descompuneți în factori expresia $x^2 - 8x - 33$.
5. Suma lungimilor muchiilor unui tetraedru regulat este 72 cm. Aflați aria unei fețe a tetraedrului.

Subiectul III (15 puncte pentru fiecare problemă)

1. Se dau mulțimile

$$A = \{x \in \mathbb{R}, ||x + 2| < 4\}$$
 și

$$B = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid 1 \leq \frac{3x+5}{2} \leq 7\right\}.$$

Să se găsească elementele mulțimii $A \cap B$.

2. Să se calculeze:

a) $(8+3\sqrt{7})(8-3\sqrt{7})$;

b) $\left[(8+3\sqrt{7})^{2014} + \frac{1}{(8-3\sqrt{7})^{2014}} \right] \cdot \frac{(16-6\sqrt{7})^{2013}}{2^{2014}}$

3. Pe planul triunghiului echilateral ABC de latură 6cm se ridică perpendicularele AM și BN, astfel ca BN=6 cm. Să se afle lungimea lui AM astfel încât triunghiul MNC să fie isoscel cu $[MN] \equiv [MC]$.
4. Se dă cubul ABCDA'B'C'D' de latură $6\sqrt{3}$ cm. Se cer:
 - a) măsura unghiului dintre dreptele A'D și BC;
 - b) aria triunghiului A'C'D;
 - c) Fie M un punct pe $[A'D]$ astfel încât $A'M = \frac{1}{3}A'D$ și N un punct pe $[DC']$ astfel încât $DN = \frac{2}{3}C'D$. Demonstrați că $MN \parallel (A'B'C')$.
 - d) Fie P mijlocul segmentului $[A'D']$, $AP \cap DD' = \{R\}$. Să se calculeze lungimea segmentului DR.

Toate subiectele sunt obligatorii. Din oficiu se acordă 10 puncte.