

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ

16 februarie 2014

Clasa a X- a

SUBIECTUL I

Determinați numerele reale x și y pentru care:
$$\begin{cases} 3^{x+2y} + 2 = 5^{x+2y} \\ 2^{x-2y} = 2y - x + 11 \end{cases}.$$

SUBIECTUL II

Determinați $x > 0, x \neq 1$ din relația

$$\sum_{k=1}^n (\log_x 3^k)(\log_x 3^{k!}) + \frac{1}{\log_3^2 x} = (n+1)!.$$

SUBIECTUL III

Să se determine $z \in \mathbb{C}$ care satisface
$$\begin{cases} |z - (3+i)| = \sqrt{2} \\ |z - (1+3i)| \leq \sqrt{2} \end{cases}.$$

SUBIECTUL IV

Fie b un număr real strict pozitiv și n un număr natural nenul. Să se arate că ecuația $z^{n+1} = bz^n - z - b$ are o rădăcină complex de modul 1, dacă și numai dacă $b = 1$ și $n \equiv 1 \pmod{4}$.

G.M. 10/2013,

Băetu Ioan, profesor Botoșani

NOTĂ: *Fiecare subiect este notat cu un punctaj de la 0 la 7 puncte.*
Timp de lucru – 3 ore.