

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

etapa locală

Clasa a VIII- a

16 februarie 2014

SUBIECTUL I

3p 1. Dacă a, b, c sunt numere reale, calculați valoarea minimă a expresiei:

$$E = a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca.$$

4p 2. Dacă a, b, c sunt lungimile laturilor unui triunghi și $\frac{a+b+c}{3} = \frac{a^2+b^2+c^2}{a+b+c}$, arătați că triunghiul este echilateral.

SUBIECTUL II

2p 1. Determinați valorile întregi ale lui x pentru care:

a) numărul $\sqrt{x^2 - 13}$ este rațional;

b) numărul $\sqrt{x^2 - 13x}$ este rațional;

2. Numerele reale a și b verifică egalitățile $a + b = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 2014$.

3p Calculați $\sqrt{\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 2}$ și $\sqrt{\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 2}$.

SUBIECTUL III

7p 1. Arătați că, oricare ar fi numerele reale a, b, c , are loc inegalitatea:

$$\sqrt{(a+1)^2 + (b+1)^2} + \sqrt{(b+1)^2 + (c+1)^2} + \sqrt{(c+1)^2 + (a+1)^2} \geq \sqrt{2}(a+b+c+3).$$

Gazeta Matematică, Nr. 11/2013

SUBIECTUL IV

$ABCDEFGH$ este prismă patrulateră regulată cu $AB = 8$ cm și $AE = 4$ cm, iar M este mijlocul muchiei (EH) .

3p **a)** Demonstrați că dreapta AM este perpendiculară pe dreapta MC .

2p **b)** Aflați lungimea segmentului (FM) știind că $(ACM) \cap FG = \{N\}$.

2p **c)** Aflați tangenta unghiului dintre planele (ABD) și (ACM) .

Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii
- Timp de lucru: 3 ore