

Barem de corectare OLM clasa a VIII-a, 2014

1. a) $\frac{a+b}{\sqrt{ab}} \geq 2 \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0 \dots\dots\dots 3p$
- b) observa ca termenii sumei sunt de forma $\frac{a+b}{\sqrt{ab}} \dots\dots\dots 1p$
- aplic inegalitatea de la punctul a) pentru
- $a=1, b=2 \quad \frac{3}{\sqrt{2}} \geq 2$
-
- $a=24, b=25 \quad \frac{49}{\sqrt{600}} \geq 2 \dots\dots\dots 2p$
- insumand inegalitatile de mai sus, obtinem inegalitatea cerita 1p
2. scrie $72=8 \cdot 9$, si stabileste ca $\text{cmmdc}(8;9)=1 \dots\dots\dots 1p$
- stabileste ca: $72 \mid a$ e necesar ca $8 \mid a$ si $9 \mid a \dots\dots\dots 1p$
- cunoaste formula $x^{2k+1} + y^{2k+1} = (x+y)(x^{2k} - x^{2k-1}y + x^{2k-2}y^2 - \dots + y^{2k}) \dots\dots\dots 1p$
- aplica identitatea de mai sus si obtine
- $3^{2013} + 5^{2013} = (3+5) \cdot (3^{2012} - 3^{2011} \cdot 5 + \dots + 5^{2012}) : 8$
- cum $4^{2013} : 8$ obtinem ca $a : 8 \dots\dots\dots 2p$
- $4^{2013} + 5^{2013} = (4+5) \cdot (4^{2012} - 4^{2011} \cdot 5 + \dots + 5^{2012}) : 9$
- cum $3^{2013} : 9$ obtinem ca $a : 9 \dots\dots\dots 2p$
3. Relatia din enunt poate fi scisa sub forma $(3a-1)^2 + (3b-7)^2 = 4 \dots\dots\dots 3p$
- e necesar ca $(3a-1)^2 \leq 4 \Leftrightarrow -2 \leq 3a-1 \leq 2 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq a \leq 1$
- $(3b-7)^2 \leq 4 \Leftrightarrow -2 \leq 3b-7 \leq 2 \Leftrightarrow \frac{5}{3} \leq b \leq 3 \dots\dots\dots 3p$
- insumand ultimele doua inegalitati primite obtinem $\frac{4}{3} \leq a+b \leq 4 \dots\dots\dots 1p$
4. constructia unei figuri conforme cu datele problemei 1p
- a) demonstreaza ca PAMN si RBCD sunt tetraedre regulate si determina lungimile segmentelor necesare 1p
- demonstreaza ca patrulaterul determinat de P,R si centrele bazelor tetraedrelor e trapez dreptunghic. 1p
- determina lungimea segmentului [PR]..... 1p
- b) demonstreaza ca triunghiul SAC este isoscel 1p
- demonstreaza ca $SO \perp (ABC) \dots\dots\dots 2p$