

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală
22 februarie 2014

CLASA a X-a

1. Dacă $a > 1$ și $b > 0$ demonstrați că $\log_a(a^b - 1) \cdot \log_a(a^b + 1) < b^2$

2. Fie a, b, c numere complexe distincte de același modul. Să se arate că punctele de afixe a, b, c sunt vârfurile unui triunghi echilateral dacă și numai dacă are loc relația
$$a^3(b - c) + b^3(c - a) + c^3(a - b) = 0$$
Marian Cucoaneș , Mărășești (GMB 9/2013)

3. a) Fie ecuațiile $z^{2^m} + 1 = 0, z^{2^n} + 1 = 0$ cu $m, n \in \mathbb{N}^*, m \neq n$. Determinați numărul soluțiilor comune funcție de m și n ;
b) Determinați numărul soluțiilor comune ale ecuațiilor $z^m - 1 = 0, z^n - 1 = 0$ cu $m, n \in \mathbb{N}^*, (m, n) = 1$.

4. Fie $f: \mathbb{N} \rightarrow [0, 1) f(n) = \left\{2^{n+\frac{1}{2}}\right\}$. Să se studieze injectivitatea și surjectivitatea funcției f

Manual clasa a-X-a

Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.
Timp de lucru 3 ore .