



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa Locală - 22 februarie 2014 - Maramureș

Clasa a V-a

1. Fie $a = 5^{205} - 3 \cdot 5^{204} - 3^2 \cdot 5^{203} - 4 \cdot 5^{202}$ și $b = 2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^3 + \dots + 2 \cdot 3^{302}$.

a) Demonstrați că pentru orice număr natural n are loc relația :

$$2 \cdot 3^n = 3^{n+1} - 3^n$$

b) Arătați că numărul a este pătrat perfect .

c) Comparați numerele a și b .

G.M/2013 (enunț modificat)

2. a) Determinați toate perechile de numere naturale (a,b) astfel încât $a^2 + b^2 = 250$.

b) Scrieți numărul 2014^{2013} ca suma a trei pătrate perfecte distincte nenule.

3. a) Determinați cifrele nenule a,b,c,d astfel încât să verifice egalitatea :

$$\overline{abcd} - \overline{abc} + \overline{ab} + a = 5873 .$$

b) Se consideră șirul $0,1,1,2,3,5,8,13,\dots$

i) Să se scrie următorii doi termeni ai șirului .

ii) Să se stabilească paritatea celui de-al 2014-lea termen al șirului.

Timp de lucru 2 ore. Se acordă în plus 30 de minute pentru întrebări.

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.

Subiecte selectate și prelucrate de:

prof. Heuberger Cristian – C. N. „Gheorghe Șincai” Baia Mare, prof. Ienuțaș Vasile – Șc. Gim. “George Coșbuc” Baia Mare, prof. Popovic Ioana – Șc. Gim. “Octavian Goga” Baia Mare, prof. Pop Sever – Șc. “Vasile Alecsandri” Baia Mare