



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa Locală - 22 februarie 2014 - Maramureș

Clasa a VIII-a

**SUBIECTUL I**

- a) Arătați că  $(x^2 + x + 1)(x^3 - x + 1) = x^5 + x^4 + 1$ , pentru oricare număr real  $x$ .  
b) Să se arate că numărul  $A = 2014^{15} + 2014^{12} + 1$  nu este număr prim.

(matematician Râmbu Gheorghe)

**SUBIECTUL II**

Arătați că, dacă  $a < 2$  și  $b > 2$  sunt numere reale, atunci  $\frac{a^2 + 5}{a - 2} - \frac{b^2 + 5}{b - 2} \leq -12$ .

(Gazeta Matematică nr. 11/2013)

**SUBIECTUL III**

Fie  $O$  și  $O'$  centrele fețelor  $ABCD$ , respectiv  $BCC'B'$  ale cubului  $ABCD A'B'C'D'$ ,  $AB = a$ .

- a) Aflați măsura unghiului dreptelor  $D'O$  și  $A'O'$ .  
b) Calculați distanța de la punctul  $O'$  la planul  $(D'AC)$ .

(prof. Bunu Iulian, Liceul de Arte Baia Mare)

**SUBIECTUL IV**

Fie rombul  $ABCD$ , cu  $AB = a$  și  $m(\angle A) = 60^\circ$ . De aceeași parte a planului  $(ABC)$  se ridică perpendicularele  $AF$  și  $CE$  astfel încât  $AF = CE = c$ . Fie  $\alpha = m(\angle(AC; BE))$  și  $\beta = m(\angle((BFE); (ABC)))$ .

- a) Calculați  $\cos \alpha$  și  $\cos \beta$ .  
b) Arătați că, pentru oricare  $c > 0$ , avem  $\operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

(matematician Râmbu Gheorghe)

*Timp de lucru 3 ore. Se acordă în plus 30 de minute pentru întrebări.*

*Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*

*Subiecte selectate și prelucrate de:*

prof. Bunu Iulian – Lic. Artă Baia Mare, prof. Pop Radu – Lic. T. Sanitar Baia Mare,

matematician Râmbu Gheorghe