OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

Etapa locală – Constanţa, 23.02.2014

Clasa a X-a

Subiectul I

Să se determine $x, y, z \geq 0$ astfel încât:

$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = 3\sqrt{2} \\ 2^{x^2+y} + 2^{y^2+z} + 2^{z^2+x} = 192 \end{cases}$$

Cătălin Zîrnă

Subiectul II

Fie $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}^*$ astfel încât:

$$|z_1| = |z_2| = \left|\frac{3z_3 - 2z_1}{2}\right| = \left|z_3 - \frac{z_2}{3}\right|$$

Arătaţi că : $\operatorname{Re}\frac{z_3}{z_1} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2}\operatorname{Re}\frac{z_3}{z_2}$ unde $\operatorname{Re}(a+bi) = a; a, b \in \mathbf{R};\ i^2 = -1$

Dorin Arventiev

Subiectul III

Determinaţi funcţia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ pentru care :

$$f(f(x+y)) = y + f(1-x),\ \forall x, y \in \mathbf{R}$$

Gabriela Constantinescu

Subiectul IV

Rezolvaţi, în mulţimea $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, ecuaţia:

$$4^{\sqrt{\sin x}} + 2^{\sqrt{\cos x}} = \log_2 \frac{8}{1+x^2}$$

Niculae Cavachi

Notă:
Timp de lucru: 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7
Nu se acordă puncte din oficiu