



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
Etapa locală – Constanța, 23.02.2014

Clasa a XII-a

Subiectul I

Determinați primitivele funcției $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^{\ln x - 1} \cdot \ln^3 x$.

Cristina Homentcovschi

Subiectul II

Determinați $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, f derivabilă, știind că f admite o primitivă $F : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, cu proprietatea că

$$F(x) = \frac{xf(x)}{2}, \text{ oricare ar fi } x \in \mathbf{R}.$$

Subiectul III

Fie (G, \cdot) un grup și $f, g : G \rightarrow G$, $f(x) = x^3$, $g(x) = x^6$. Să se arate că dacă f și g sunt morfisme și cel puțin unul este surjectiv, atunci (G, \cdot) este grup abelian.

Cătălin Zîrnă

Subiectul IV

Fie (G, \cdot) un grup care are exact 3 elemente de ordin 2. Demonstrați că (G, \cdot) conține un subgrup izomorf cu grupul lui Klein sau cu grupul S_3 al permutărilor de ordin 3.

Nelu Chichirim

Notă:

Timp de lucru: 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7

Nu se acordă puncte din oficiu