Societatea de Ştiinţe
Matematice din România

Ministerul Educaţiei Naţionale

SIBIU
2014

MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

Olimpiada Naţională de Matematică
Etapa Naţională, Sibiu, 8 Aprilie 2014

CLASA a VI-a

Problema 1. Se consideră mulţimea A a numerelor de patru cifre cel mult egale cu 2014. Determinaţi numărul maxim de elemente al unei submulţimi a lui A care conţine numai pătrate perfecte, oricare două prime între ele.

Problema 2. Un număr natural $n > 1$ se numeşte *p-periodic* dacă $\dfrac{1}{n}$ se poate scrie sub forma unei fracţii zecimale periodice simple, a cărei cea mai scurtă perioadă este formată din p cifre. Spre exemplu, numărul 9 este 1-periodic, deoarece $\dfrac{1}{9} = 0,(1)$, iar numărul 11 este 2-periodic, întrucât $\dfrac{1}{11} = 0,(09)$.

a) Determinaţi numerele naturale p-periodice n care au proprietatea că prima cifră a perioadei numărului $\dfrac{1}{n}$ este nenulă.

b) Determinaţi cel mai mare număr prim care este 4-periodic.

Problema 3. Pentru un număr natural n spunem că tripletul de numere naturale nenule (x, y, z) (nu neapărat distincte) este de tip n dacă $x+y+z = n$. Notăm cu $s(n)$ numărul tripletelor de tip n.

a) Arătaţi că nu există niciun număr natural n pentru care $s(n) = 14$.

b) Determinaţi cel mai mic număr natural n pentru care $s(n) > 2014$.

Problema 4. În triunghiul ABC considerăm punctele $M, N \in (AB)$, $P, Q \in (BC)$ şi $S, R \in (AC)$ astfel încât $AM = CR$, $AN = CS$, $\sphericalangle MQB \equiv \sphericalangle RQC$ şi $\sphericalangle NPB \equiv \sphericalangle SPC$.
Arătaţi că dacă $MQ + QR = NP + PS$, atunci triunghiul ABC este isoscel.

Timp de lucru 2 ore. Se acordă în plus 30 de minute pentru întrebări.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.