



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
15.02.2014
CLASA a VII-a

SUBIECTUL I

- a) Dacă $0 < x < 2 < y < 5$, arătați că numărul $a = \sqrt{(x-2y)^2} + \sqrt{(x+2y-16)^2} + \sqrt{4x^2}$ este pătrat perfect.
- b) Demonstrați că nu există x și y numere întregi astfel încât $|x-3y+4| + |x+3y-4| < 2$.

Maranda și Dorin Liņț, Hunedoara

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

a) $a = |x-2y| + |x+2y-16| + 2|x|$ 1p

$|x-2y| = -(x-2y) = -x+2y$ 1p

$|x+2y-16| = -x-2y+16$ 1p

$a = 16 = 4^2 \Rightarrow a$ este p. perfect.1p

b) $|x-3y+4| + |x+3y-4| \geq |x-3y+4+x+3y-4| = 2|x|$ 1p

$\left. \begin{array}{l} 2|x| < 2 \Rightarrow |x| < 1 \\ x \in \mathbb{Z} \end{array} \right\} \Rightarrow x = 0$ 1p

$2|3y-4| < 2 \Rightarrow |3y-4| < 1 \Rightarrow -1 < 3y-4 < 1 \Rightarrow 3 < 3y < 5 \Rightarrow$

$\left. \begin{array}{l} 1 < y < 1\frac{2}{3} \\ y \in \mathbb{Z} \end{array} \right\} \Rightarrow y \in \emptyset.$ 1p



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
15.02.2014
CLASA a VII-a

SUBIECTUL al II-lea

Fie $a = \sqrt{2n+5}$, $b = \sqrt{3n+15}$ cu $n \in \mathbb{N}$, $c = \sqrt{114 - 80\sqrt{2}} + \sqrt{50}$ și

$$d = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4} - \sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \dots + \frac{\sqrt{2025} - \sqrt{2024}}{\sqrt{4098600}}.$$

- a) Pentru $n = 11$, calculați media geometrică a numerelor a și b .
b) Stabiliți dacă numărul c este natural.
c) Arătați că numărul d este rațional.

Ion Gherghinaru, Râmnicu Vâlcea

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

a) $a = \sqrt{22+5} = 3\sqrt{3}$; $b = \sqrt{33+15} = 4\sqrt{3}$ 1p

$m.g.(a;b) = \sqrt{ab} = 6$ 1p

b) $\sqrt{114 - 80\sqrt{2}} = \sqrt{(8 - 5\sqrt{2})^2} = |8 - 5\sqrt{2}| = 8 - 5\sqrt{2}$ 1p

$c = 8 \in \mathbb{N}$ 1p

c) $d = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{12}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \dots + \frac{\sqrt{2025}}{\sqrt{4098600}} - \frac{\sqrt{2024}}{\sqrt{4098600}}$ 1p

$d = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2024}} - \frac{1}{\sqrt{2025}}$ 1p

$d = 1 - \frac{1}{45} = \frac{44}{45} \in \mathbb{Q}$ 1p

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
 ETAPA LOCALĂ
 15.02.2014
 CLASA a VII-a

SUBIECTUL al III-lea

În triunghiul ABC dreptunghic în A , AD este înălțime cu $D \in BC$, iar $E \in (DC)$, astfel încât $\sphericalangle CAE \equiv \sphericalangle DAE$. Perpendiculara în E pe BC intersectează (AC) în F , iar paralela prin E la AC intersectează AD în G . Să se arate că:

- a) $AGEF$ este romb; b) $\frac{DG}{AG} = \frac{AD}{AC}$; c) Punctele B, G, F sunt coliniare.

Ștefan Smărăndoiu, Râmnicu Vâlcea

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

a) $AGEF$ este paralelogram1p

$AGEF$ este romb;1p

b) $GE \parallel AC \Rightarrow \frac{DG}{AG} = \frac{DE}{EC}$ 1p

$[AE \text{ este bis.} \Rightarrow \frac{DE}{EC} = \frac{DG}{AG}, \quad \frac{DG}{AG} = \frac{AD}{AC};$ 1p

c) $EG \perp AB \Rightarrow EG$ este înălțime în $\triangle ABE$ 1p

G este ortocentrul \triangle -lui ABE 1p

$\left. \begin{array}{l} G \notin AE \\ FG \perp AE \\ BG \perp AE \end{array} \right\} \Rightarrow dr.FG \text{ si } BG \text{ coincid} \Rightarrow \overline{B, G, F}$ 1p



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
15.02.2014
CLASA a VII-a

SUBIECTUL al IV-lea

Fie ABC un triunghi oarecare și punctele $M \in (BC)$, $N \in (AC)$, $P \in (AB)$, astfel încât $BM = MC$, $AN = 2 \cdot NC$ și $AP = 3 \cdot PB$. Dacă T este mijlocul lui (AC) și R este simetricul lui M față de N , arătați că:

- a) $PM \parallel AC$; b) Punctele P, T, R sunt coliniare.

Cătălin Cristea, Craiova, G.M.

BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

a) Demonstrează că $PM \parallel AC$;2p

b) $BN \parallel PT$ 1p

Fie V mijlocul segmentului $[NC]$ 1p

$MVRT$ paralelogram $\Rightarrow MV \parallel TR$ 1p

$[MV]$ este linie mijlocie în $\Rightarrow MV \parallel PT$ 1p

$$\left. \begin{array}{l} T \notin MV \\ TR \parallel MV \\ TP \parallel MV \end{array} \right\} \Rightarrow dr. TR \text{ si } PT \text{ coincid} \Rightarrow \overline{P, T, R}. \quad \dots\dots\dots 1p$$