

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
SUCEAVA
22 februarie 2014

CLASA a X-a

1. Să se determine funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ care verifică relația $f(f(x)y) + xy = 2f(x)f(y)$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.

2. Să se demonstreze că $\frac{\log_2^2 a}{1 + \log_2 b^2} + \frac{\log_2^2 b}{1 + \log_2 c^2} + \frac{\log_2^2 c}{1 + \log_2 a^2} \geq 1, \forall a, b, c \in [2, \infty)$.

3. Să se determine numerele complexe x, y, z , dacă
$$\begin{cases} xy = z^2 + 2z - x - y \\ xz = y^2 + 2y - x - z \\ yz = x^2 + 2x - y - z \end{cases}$$

4. Fie a, b, c trei numere complexe distincte cu proprietatea: $|a| = |b| = |c| = |a + b + c|$. Să se arate că triunghiul cu vârfurile de afixe a, b , respectiv c este dreptunghic.

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.

2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.

3. Timp de lucru 3 ore.