

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
“ADOLF HAIMOVICI” -ETAPA LOCALĂ, Suceava, 22 februarie 2014
Clasa a IX-a - profil tehnic, profil servicii și resurse naturale și protecția mediului, profil real-
specializarea științele naturii

1. Fie $E(x) = \frac{\sqrt{5-2\sqrt{6}} + \sqrt{18+8\sqrt{2}} + \sqrt{28-10\sqrt{3}}}{x-2}$.

a) (2p) Determinați x pentru care expresia are sens ;

$$\sqrt{5-2\sqrt{6}} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

b) (3p) Arătați că: $\sqrt{18+8\sqrt{2}} = \sqrt{2} + 4$;

$$\sqrt{28-10\sqrt{3}} = 5 - \sqrt{3}$$

c) (2p) Determinați $x \in \mathbb{Z}$ astfel încât $E(x) \in \mathbb{Z}$.

2. Fie numărul real $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1,61803398$ (Numărul de aur).

a) (2p) Arătați că ϕ este soluție a ecuației $x^2 - x - 1 = 0$;

b) (2p) Arătați că $\phi^4 = 3\phi + 2$;

c) (2p) Arătați că dacă a, b sunt numere reale strict pozitive care verifică egalitatea

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} \text{ atunci } \frac{a}{b} = \phi ;$$

d) (1p) Arătați că $\phi_1 = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1+1}}}$ reprezintă aproximarea zecimală prin lipsă cu o

eroare mai mică decât 10^{-1} a numărului ϕ .

3. Fie numărul $N = \underbrace{20142014\dots2014}_{\text{de } 2014 \text{ ori } 2014}$.

a) (2p) Aflați numărul de cifre ale numărului N ;

b) (5p) Arătați că $N = \frac{2014}{9999}(10^{8056} - 1)$.

4. În ΔABC se consideră punctele D, E, F astfel încât $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}, 2\overrightarrow{CF} + \overrightarrow{AF} = \vec{0}$.

a) (1p) Realizați un desen care să illustreze cerințele problemei;

b) (2p) Arătați că pentru oricare punct O din planul (ABC) are loc relația $\overrightarrow{OD} = \frac{1}{3}(2\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$;

c) (4p) Arătați că pentru oricare punct O din planul (ABC) are loc relația

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF}.$$

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect primește un punctaj de la 0 la 7

Timp de lucru efectiv 3 ore.