CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA LOCALĂ
Suceava, 22 februarie 2014

CLASA a IX-a: profil uman, specializarea filologie, ştiinţe sociale

1. Demonstrați că:

(4p) a) $4\left(1+5+5^2+...+5^{2013}\right)<5^{2014}$;

(3p) b) $(19+38+57+...+2014)\,\vdots\,107$.

2. Fie ABCD un paralelogram de centru O și M un punct oarecare.

(3p) a) Demonstrați că: $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{MA}$;

(4p) b) Dacă M este mijlocul segmentului AB și considerăm punctul N așa încât $\overrightarrow{CN}=2\overrightarrow{NM}$, demonstrați că $\overrightarrow{BD}=3\overrightarrow{BN}$.

3. Se consideră mulțimea $A=\{1;2;3;...10\}$ și B o submulțime cu 3 elemente a lui A.

(4p) a) Aflați câte submulțimi B au elementele în progresie aritmetică;

(3p) b) Aflați câte submulțimi B au elementele în progresie geometrică.

4. (7p) Să se calculeze $E=\frac{1+ab}{a+b}-\frac{1-ab}{a-b}$ pentru $a=\sqrt{4+2\sqrt{2}}\cdot\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}\cdot\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$ și $b=\frac{3\sqrt{8}-2\sqrt{12}+\sqrt{20}}{3\sqrt{18}-2\sqrt{27}+\sqrt{45}}$

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect primeşte un punctaj de la 0 la 7.
Timp de lucru efectiv 3 ore.

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
“ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ
Suceava, 22 februarie 2014

CLASA a X-a: profil uman, specializarea filologie, ştiinţe sociale

1.

(3p) a) Calculaţi $\log_3\left(5-\sqrt{7}\right)+\log_3\left(5+\sqrt{7}\right)-\log_3 2$;

(4p) b) Ordonați crescător numerele: $\log_3 4$, $\sqrt{5}$ și 2.

2. (7p) Rezolvați în mulțimea numerelor reale sistemul: $\begin{cases} a+b=5 \\ 2a^2-b^3=10 \end{cases}$

3. (7p) Demonstrați că expresia următoare nu depinde de x:

$$E=\frac{1}{\log_x 2\cdot\log_x 4}+\frac{1}{\log_x 4\cdot\log_x 8}+\ldots+\frac{1}{\log_x 2^{n-1}\cdot\log_x 2^n}-\frac{n-1}{n}\cdot\log_2^2 x,\ n\in\mathbb{N}^*-\{1\},\ x>0,\ x\neq 1.$$

4. (7p) Demonstrați că: $\sqrt{n+1}-\sqrt{n}>\sqrt[3]{n+1}-\sqrt[3]{n}$, $\forall n\in\mathbb{N}^*$.

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect primeşte un punctaj de la 0 la 7.
Timp de lucru efectiv 3 ore.

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA LOCALĂ
Suceava, 22 februarie 2014

CLASA a XI-a: profil uman, specializarea ştiinţe sociale

1. Opt orașe notate: 1;2;3;4;5;6;7;8 sunt legate prin autostrăzi cu sens unic. Nu toate orașele sunt legate între ele prin legături directe sau indirecte. În tabelul următor se dau distanțele dintre orașe (acolo unde există legături)

De la orașul	1	1	2	4	6	3	3	3	7	6	5
La orașul	4	2	6	2	4	6	4	8	8	7	2
Distanța (în km)	20	60	20	20	30	10	60	40	10	10	15

(**3p**) a) Realizați graful asociat acestor date;

(**4p**) b) Care sunt orașele în care se poate ajunge plecând din orașul 1 și care e distanța minimă în fiecare caz?

2. (**7p**) Într-o clasă sunt 75% fete și la finalul clasei a XI-a se transferă câteva fete, astfel încât noul procentaj al fetelor va fi 72%. Câți băieți sunt în respectiva clasă?

3. (**7p**) În tabelele următoare sunt prezentate notele obținute de elevii unor clase la o lucrare la matematică:

a XI-a A						
Nota x	5	6	7	8	9	10
Numărul de elevi cu nota x	4	3	5	5	3	4

a XI-a B						
Nota x	4	5	6	7	8	9
Numărul de elevi cu nota x	1	1	2	8	9	4

(**3p**) a) Care clasă e mai bună (are media mai mare)?

(**4p**) b) Care clasă e mai omogenă (are dispersia mai mică)?

4. Să se determine probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de 3 cifre, acesta să aibă exact două cifre egale.

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect primeşte un punctaj de la 0 la 7.
Timp de lucru efectiv 3 ore.

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA LOCALĂ

Suceava, 22 februarie 2014

CLASA a XII-a: profil uman, specializarea ştiinţe sociale

1. Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\begin{vmatrix} x & x+1 \\ x+2 & x+3 \end{vmatrix}$ și

$g:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ g(x)=\begin{vmatrix} x & x+1 & x+2 \\ x+3 & x+4 & x+5 \\ x+6 & x+7 & x+8 \end{vmatrix}$.

(3p) a) Să se arate că f este o funcție constantă;

(4p) b) Să se arate că g este o funcție constantă.

2. **(7p)** Fie $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}$, $B=I_3+A$ și $C=I_3+aA$.

Să se determine numărul real a astfel încât $B\cdot C=I_3$.

3. **(7p)** Câte matrice pătratice de ordin 3, formate cu elemente numere naturale, au suma elementelor 2?

4. **(7p)** Se dă matricea $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$. Sunt permise următoarele două operații:

Operația $*$: se adună 1 la fiecare din elementele oricărei linii;

Operația $\circ$: se scade 1 la fiecare din elementele oricărei coloane.

Descrieți o succesiune de operații care să transforme matricea A în transpusa sa.

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect primeşte un punctaj de la 0 la 7.
Timp de lucru efectiv 3 ore.