INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEŢEAN DÂMBOVIŢA

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 23.02.2014

CLASA a V-a

SUBIECTUL 1

Fie *n* un număr natural. Dacă în faţa lui *n* punem cifra 7 obţinem un număr de cinci ori mai mare decât atunci când punem la sfârşitul lui *n* cifra 7. Aflaţi cea mai mică valoare a lui *n*.

GM 11/2013(SUPLIMENT)

SUBIECTUL 2

Numărul natural $\overline{abcd}$ are suma cifrelor egală cu 27. Arătaţi că numărul $\overline{abcd} + \overline{dcba}$ se divide cu 297.

GM 11/2013

SUBIECTUL 3

Câtul împărţirii a două numere naturale este 3, iar restul este 7. Dacă triplăm deîmpărţitul, atunci restul este 6. Determinaţi numerele.

RMT 2/2009

SUBIECTUL 4

a) Arătaţi că numărul $2^{221} + 2^{22} \cdot 2^{199}$ este pătrat perfect.
b) Dacă $x + 2^{22} \cdot y = 2^{222}$, arătaţi că $2^{245} \cdot y + (x - 2^{22} \cdot y) \cdot (x + 2^{22} \cdot y)$ este cub perfect.

Prof. Damian Marinescu

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.
Timp de lucru: 2 ore.

INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEŢEAN DÂMBOVIŢA

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 23.02.2014

CLASA a VI-a

SUBIECTUL 1

a) Verificaţi dacă 13 divide 222222.
b) Un număr natural A are 2001 cifre dintre care una este 1, iar toate celelalte sunt egale cu 2. Arătaţi că A nu este număr prim.

GM 11/2013(SUPLIMENT)

SUBIECTUL 2

Determinaţi numerele prime distincte a, b, c, pentru care $ab + bc + ca + 67abc = 2041$.

GM 1/2013

SUBIECTUL 3

Unghiurile AOB şi COD sunt neadiacente şi au interioarele disjuncte, iar [OB este bisectoarea unghiului AOC. Ştiind că $m(\sphericalangle COD)$ este cu 12^0 mai mică decât $m(\sphericalangle COB)$ şi că unghiul format de bisectoarele [OX şi [OY ale unghiurilor AOB şi COD are măsura de 78^0, aflaţi câte grade are unghiul YOA.

RMT 4/2009

SUBIECTUL 4

Se consideră triunghiul ABC, cu AB = AC. O dreaptă d ce conţine vârful A formează cu cele două laturi AB şi AC, în exteriorul triunghiului, două unghiuri congruente. Dacă D este un punct pe bisectoarea unghiului A, din interiorul triunghiului şi $CD \cap d = \{M\}$, $BD \cap d = \{N\}$, demonstraţi că AM = AN şi $\sphericalangle BMC \equiv \sphericalangle BNC$.

Prof. Damian Marinescu

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.
Timp de lucru: 2 ore.

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN DÂMBOVIŢA

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 23.02.2014

CLASA a VII-a

SUBIECTUL 1

a) Calculaţi $\frac{1}{6\cdot 8}+\frac{1}{8\cdot 10}+\ \dots\ +\frac{1}{16\cdot 18}$.

***

b) Fie şirul $\frac{1}{2\cdot 4}, \frac{1}{4\cdot 6}, \frac{1}{6\cdot 8}, \ \dots\ , \frac{1}{(2n-2)\cdot 2n}, \ \dots$. **Determinaţi grupul de termeni consecutivi a căror sumă este** $\frac{3}{28}$.

RMT 3/2011

SUBIECTUL 2

Se consideră numerele $B=\overline{b\underbrace{00\dots0}_{2n+1\text{ cifre}}b}$. **Demonstraţi că** $\sqrt{B}$ **este număr iraţional.**

GM 6-7-8/2012

SUBIECTUL 3

a) Fie P un punct situat în interiorul unui unghi propriu XOY. Prin punctul P se duce o dreaptă d, astfel încât $d\cap OX=\{A\}$, $d\cap OY=\{B\}$ **şi** $PN \parallel OX$, $N\in OY$, $PM \parallel OY$, $M\in OX$. **Arătaţi că:** $OA=\frac{OM\cdot AB}{BP}$ **şi** $OB=\frac{ON\cdot AB}{AP}$.

***

b) Fie P un punct situat în interiorul unui unghi propriu XOY. Prin punctul P se duc două drepte d_1 **şi** d_2, **astfel încât** $d_1\cap OX=\{A_1\}$, $d_1\cap OY=\{B_1\}$ $d_2\cap OX=\{A_2\}$, $d_2\cap OY=\{B_2\}$. **Demonstraţi că dacă** $\frac{1}{OA_1}+\frac{1}{OB_1}=\frac{1}{OA_2}+\frac{1}{OB_2}$, **atunci [OP este bisectoarea unghiului XOY.**

GM 1/2013

SUBIECTUL 4

Fie trapezul ABCD, $AB \parallel CD$, $AC\cap BD=\{O\}$ **şi** $M\in (OA$, **astfel încât** $OM = OD$ **şi** $M\neq A$. **Dacă** $CN \parallel BM$, $N\in BD$, **demonstraţi că AMDN este trapez isoscel.**

Prof. Damian Marinescu

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.
Timp de lucru: 3 ore.

INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEŢEAN DÂMBOVIŢA

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 23.02.2014

CLASA a VIII-a

SUBIECTUL 1

Aflaţi numerele raţionale a şi b, astfel încât $\dfrac{a}{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}-\dfrac{b}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}=\sqrt{2}$.

RMT 2/2010

SUBIECTUL 2

Fie $A_i=\overline{a_1a_2a_3\ldots a_ni}$, unde $i\in\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ şi n un număr natural nenul.

Arătaţi că $p=\sqrt{\left(A_1^2+A_4^2+A_6^2+A_7^2\right)\left(A_2^2+A_3^2+A_5^2+A_8^2\right)}$ este număr natural.

GM 5/2013(SUPLIMENT)

SUBIECTUL 3

În cubul ABCDA'B'C'D' punctele M, N, P sunt mijloacele muchiilor CC', A'D', C'D'.

a) Aflaţi o funcţie trigonometrică a unghiului format de dreptele BM şi NP.
b) Dacă muchia cubului este de 6 cm, aflaţi aria triunghiului A'BM.

GM 11/2013(SUPLIMENT)

SUBIECTUL 4

În prisma triunghiulară regulată ABCA'B'C', AB=AA'=12 cm.

a) Determinaţi poziţia punctului M pe muchia AA', ştiind că distanţa de la punctul A la planul (MBC) este $3\sqrt{3}$ cm.
b) Dacă N şi P sunt mijloacele muchiilor BB', respectiv CC', determinaţi sinusul unghiului dintre AP şi A'N.

Prof. Damian Marinescu

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.
Timp de lucru: 3 ore.