

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ-15 FEBRUARIE 2014
Clasa a X-a

SUBIECTUL I

a) Determinați $a \in \mathbb{N}$ astfel încât : $\sqrt[3]{\frac{1}{9}} - \sqrt[3]{\frac{2}{9}} + \sqrt[3]{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{2+1}}$.

b) Sa se arate ca : $\sqrt[3]{\frac{1}{9}} - \sqrt[3]{\frac{2}{9}} + \sqrt[3]{\frac{4}{9}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{2}-1}$.

SUBIECTUL II

a) Determinați $a \in \mathbb{R}$, știind ca : $(t-1)(t-2)(t-3)(t-4) = (t^2 - 5t + a)^2 - 1$, pentru orice $t \in \mathbb{R}$.

b) Sa se rezolve ecuația $(10^x - 1)(10^x - 2)(10^x - 3)(10^x - 4) + 1 = 0$.

SUBIECTUL III

Sa se rezolve ecuația $1 + \log_5 x = \log_3 (4 + \sqrt{5x})$.

SUBIECTUL IV

Considerăm numărul complex $z = \cos 10^\circ + i \sin 10^\circ$.

a) Sa se arate ca $\frac{z^{14} + 1}{z^7} = 2 \cos \frac{7\pi}{18}$.

b) Sa se calculeze suma: $S = \left[\frac{2014(z^2 + 1)}{z} \right] + \left[\frac{2014(z^4 + 1)}{z^2} \right] + \left[\frac{2014(z^6 + 1)}{z^3} \right] + \dots + \left[\frac{2014(z^{36} + 1)}{z^{18}} \right]$, unde $[t]$ reprezintă partea întreagă a numărului real t .

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.