



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CLUJ

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
CLASA a XII-a
14.02.2014**

Subiectul I.(20 puncte)

Fie (G, \cdot) un grup și $a, b \in G$, două elemente cu proprietățile: $aba = ba^2b$, $a^2 = a^{-1}$, $b^{2014} = b$

- Arătați că $ab^2 = b^2a$;
- Arătați că $b = e$.

prof. Eugen Jecan, Colegiul Național „Andrei Mureșanu” Dej

Subiectul II.(40 puncte)

Fie mulțimea $G = \{f_a : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f_a(x) = ax + 3 - 3a, a \in \mathbb{R}^*\}$.

- Arătați că oricare ar fi $g, h \in G$ avem $g \circ h \in G$;
- Arătați că G este grup în raport cu operația de compunere a funcțiilor;
- Determinați toate elementele de ordin finit ale grupului G .

Gazeta matematică

Subiectul III.(10 puncte)

Să se calculeze:
$$I = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{(\arcsin x)^2}{\sqrt{1-x^2} + 1+x} dx$$

prof. Ilie Diaconu, Liceul Teoretic “Avram Iancu”, Cluj-Napoca

Subiectul IV.(20 puncte)

Să se determine funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$ astfel încât funcția $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = f(x)(\sin 2x + 4 \cos x)$

să admită primitiva $G : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, G(x) = \frac{f(x)}{2 + \sin x}$.

prof. Gheorghe Lobonț, Colegiul Național „Mihai Viteazul” Turda

**Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
Timp efectiv de lucru - 3 ore.**

SUCCES!