INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

# CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

## ETAPA JUDEŢEANĂ
## 8 martie 2014

**Profil Filologie / Ştiinţe sociale**

FACULTATEA
CONSTRUCŢII DE MAŞINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

## CLASA A IX-A

**1.** Se dă funcția: $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=ax+b, a,b\in\mathbb{R}, a\neq 0.$

a) Pentru $a<0$ să se determine funcția $f$ cu proprietatea că graficul funcției determină cu axele de coordonate un triunghi isoscel cu aria de 8 $cm^2$.

b) Pentru $a=2$ și $b=-1$ calculați: $f\left(\frac{1}{1\cdot 2}\right)+f\left(\frac{1}{2\cdot 3}\right)+...+f\left(\frac{1}{99\cdot 100}\right)$.

**2.** Cinci persoane joacă într-o piesă de teatru. Acțiunea piesei se petrece în anul 1980. Una dintre persoane observă că vârstele lor sunt în progresie aritmetică. Ştiind că suma pătratelor vârstelor este egală cu anul în care se petrece acțiunea piesei și că toate persoanele au împreună 90 de ani, să se determine vârsta fiecărei persoane.

**3.** Se consideră funcția de gradul al *II*-lea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=mx^2-2(m-1)x+m-3, m\in\mathbb{R}^*$.

a) Să se determine $m\in\mathbb{R}^*$ astfel încât graficul funcției *f* să intersecteze axa *Ox* în două puncte separate de axa *Oy*.

b) Să se determine $m\in\mathbb{R}^*$ astfel încât graficul funcției *f* să intersecteze axa *Ox* în două puncte cu abscise pozitive.

**4.** Fiind date punctele A și B, să se arate că există un singur punct G cu proprietatea că $2\overrightarrow{AG}+5\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{AB}$.

***Notă:*** *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*

# CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEŢEAN IAŞI

## ETAPA JUDEŢEANĂ
## 8 martie 2014

**Profil Filologie / Științe sociale**

FACULTATEA
CONSTRUCŢII DE MAŞINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

## CLASA A X-A

**1**. Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=2^x$.

a) Să se arate că $f\left(\frac{2+4}{2}\right)\le\frac{f(2)+\mathrm{f}(4)}{2}$.

b) Demonstraţi că $f\left(\frac{a+b}{2}\right)\le\frac{f(\mathrm{a})+\mathrm{f(b)}}{2},\forall a,b\in\mathbb{R}.$

**2**. Să se demonstreze că $\forall x,y,z>0, x^{\log_2\frac{y}{z}}\cdot y^{\log_2\frac{z}{x}}\cdot z^{\log_2\frac{x}{y}}=1.$

**3**. a) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuaţia: $\sqrt{\lg^2 x-\lg x^2+1}=3$

b) Să se rezolve, în mulțimea numerelor reale, ecuaţia: $\frac{e^x}{e^{\frac{1}{x}-1}}=e^{\frac{1}{x}}$.

**4.** În săptămâna 3 – 8 martie 2013 managerul unei unităţi hoteliere a constatat că numărul de locuri ocupate începând cu ziua de luni şi până sâmbătă inclusiv sunt numere în progresie geometrică.

a) Dacă în primele trei zile s-au ocupat 26 locuri şi în ultimele 3 zile s-au ocupat 702 locuri, aflaţi câte locuri s-au ocupat în fiecare zi.

b) Dacă pentru fiecare loc ocupat se plăteşte suma de 110 lei, care a fost suma încasată până la finalul zilei de joi?

c) Ce procent reprezintă numărul locurilor ocupate vineri din numărul total de locuri ocupate în cele şase zile?

***Notă:*** *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*

INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

# CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

## ETAPA JUDEŢEANĂ
## 8 martie 2014

FACULTATEA
CONSTRUCŢII DE MAŞINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

**Profil Filologie / Științe sociale**

**Clasa a XI-a**

**1.** Doi elevi depun câte 1000 lei la bancă. Primul face un depozit pe 3 luni cu acumulare, la o rată anuală a dobânzii de 20%, iar al doilea face un depozit scadent la 1 an. Știind că după doi ani au încasat aceeași sumă de bani, aflați:

a) Care este suma încasată de fiecare?

b) Care a fost rata anuală a dobânzii pentru al doilea elev?

**Precizări:** *nu se percep alte comisioane, și ambele depozite se prelungesc automat la scadență.*

**2.** Un camion care colectează lapte de la producătorii agricoli din 7 sate, numite 1, 2, 3 …7, pleacă întotdeauna din satul 1 (unde locuieşte camionagiul), și are ca destinație finală satul 7 (unde este firma ce prelucrează laptele). Știind că oricare două sate sunt legate printr-o singură şosea, să se afle:

a) Câte şosele leagă cele 7 sate?

b) În câte moduri poate ajunge din satul său la firmă camionagiul, știind că trece cel mult o dată prin fiecare sat și , de fiecare dată, ordinea parcurgerii satelor este ordinea crescătoare a numelor.

**3.** În urma unui studiu privind greutatea elevilor dintr-o şcoală, s-au obținut datele din tabelul de mai jos:

| Masa (în kg) | [40,60) | [60,70) | [70,80) | [80,90) | [90,120) |
|---|---|---|---|---|---|
| Nr. elevi | 45 | 105 | 135 | 60 | 30 |

a) Ce procent din numărul total de elevi îl reprezintă cei cu masa de cel puțin 80 kg?

b) Să se calculeze masa medie, abaterea medie liniară, dispersia și abaterea medie patratică.

**4.** La un turneu de tenis de câmp se joacă în sistem eliminatoriu (în urma unui meci câștigătorul merge în turul următor, iar învinsul este eliminat din competiție). Știind că sunt 60 de jucători participanți, iar unii jucători nu dispută primul tur, mergând direct în al doilea (pentru ca din turul 2 tabloul să conducă la un singur caștigător), aflați:

a) Câte partide a jucat caştigătorul turneului, știind că a început din primul tur?

b) Câte partide s-au jucat în total?

c) Prin ce fel de graf se poate întocmi programul meciurilor competiției?

***<u>Notă:</u>*** *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN IAȘI

# CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

FACULTATEA CONSTRUCŢII DE MAŞINI SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

## ETAPA JUDEŢEANĂ
## 8 martie 2014

**Profil Filologie / Ştiinţe Sociale**

## Clasa a XII-a

**1.** Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}$.

a) Arătaţi că $A^2-5A=O_2$.

b) Calculaţi $A^{2014}$.

**2.** Fie matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}$. Să se arate că dacă $B$ este o matrice pătratică de ordinul 3, cu elemente numere reale, astfel încât $A\cdot B = B\cdot A$, atunci suma elementelor de pe fiecare linie şi de pe fiecare coloană a lui $B$ este aceeaşi.

**3.** Considerăm matricele de forma $A(x)=\begin{pmatrix}1 & x & 2x^2+2x\\ 0 & 1 & 4x\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, unde $x$ este număr real.

a) Demonstraţi că $\left(A(x)-A(y)\right)^{2015}=O_3$, oricare ar fi numerele reale $x$ şi $y$.

b) Demonstraţi că $A(x)\cdot A(y)=A(x+y)$, oricare ar fi numerele reale $x$ şi $y$.

c) Determinaţi numărul real $x$ dacă $A(1)\cdot A(x)=I_3$.

**3.** În reperul cartezian $xOy$, se consideră punctele $A(-1, 0)$, $B(3, 2)$, $C(-2,1)$, $D(2, 1)$ şi dreapta $(d)$ de ecuaţie $x - y + 1 = 0$. Determinaţi coordonatele punctului $M$ situat pe dreapta $(d)$, ştiind că triunghiurile $MAB$ şi $MCD$ au aceeaşi arie.

***Notă:*** *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*