CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ "NICOLAE PAUN"

EDIȚIA A XX-A 21 MARTIE 2014

SUBIECTE CLASA A X-A

Problema 1

Sa se rezolve sistemul $\begin{cases} 2x+y+z=7x^2 \\ x+2y+z=2y^2 \\ x+y+2z=z^2 \end{cases}$;x,y,z>0.

Ioan Rasa

Problema 2.

Determinati toate numerele naturale m,n>5 astfel incat

$$\sqrt[m]{7-4\sqrt{3}}+\sqrt[m]{7+4\sqrt{3}}=\sqrt[n]{26-15\sqrt{3}}+\sqrt[n]{26+15\sqrt{3}}.$$

Cristinel Mortici

Problema 3.

Fie m,n numere naturale,m numar par,si functia $f:\mathbb{R}_+\to\mathbb{R}$ cu proprietatile

$(i)(\forall)x_1,x_2,...,x_n$ are loc $f\left(\dfrac{x_1^m+x_2^m+...+x_n^m}{n}\right)=\dfrac{f(x_1)^m+f(x_2)^m+...+f(x_n)^m}{n}$.

$(ii)f(2012)\neq 2012.$

$(iii)f(2013)\neq 0.$

Demonstrati ca $f(2014)=1.$

Vasile Gorgota

Problema 4.

(a)Daca varful C al triunghiului ABC este centrul sistemului de coordonate al planului complex demonstrati ca afixul centrului cercului circumscris triunghiului ABC este

$$z=\frac{ab\left(\overline{a}-\overline{b}\right)}{b\overline{a}-a\overline{b}}.$$

(b)Fie F un punct pe baza AB a trapezului ABCD astfel incat DF=CF si punctul E intersectia diagonalelor AC si BD.Daca P si Q sunt centrele cercurilor circumscrise triunghiurilor ADF respectiv BCF demonstrati ca dreptele EF si PQ sunt perpendiculare.

Nota: Toate subiectele sunt obligatorii, fiecare subiect fiind cotat cu 7 puncte. Timp de lucru 3 ore.