

**INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI TULCEA
OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**

- faza locală 22 februarie 2014 -

Clasa a VI-a

Subiectul 1. Fie numerele naturale a, b, c . Știind că: $\frac{a}{4} = \frac{b}{6} = \frac{c}{8}$

a) Aflați numărul natural nenul n astfel încât $\frac{a+c}{nb}$ este număr prim

b) Dacă: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{13}{144}$ determinați numerele a, b și c .

Subiectul 2. Considerăm punctele A, O și B coliniare, în această ordine. De o parte și de alta a dreptei AB se duc semidreptele $(OC$ și $(OD$ astfel încât $OC \perp OD$, semidreapta $(OA$ interioară unghiului

$\angle COD$ și $m(\angle AOM) = \frac{4}{7}m(\angle AOD)$, unde $(OM$ este bisectoarea $\angle AOC$.

a) Determinați $m(\angle AOC)$.

b) Dacă $(ON$ este semidreapta opusă semidreptei $(OM$ și $(OT \perp (ON$, unde $(OT$ și $(OC$ sunt în același semiplan determinat de dreapta AB , arătați că $(OT$ este bisectoarea $\angle BOC$

Subiectul 3. a) Aflați numerele naturale n pentru care: $\frac{1}{101} < \frac{6}{n} < \frac{1}{100}$.

b) Câte fracții cu numărătorul cel mult egal cu 200 sunt cuprinse între $\frac{1}{101}$ și $\frac{1}{100}$.

Timp de lucru 2 ore

Fiecare subiect se notează cu 7 puncte

S u c c e s !

| BAREM CLASA a VI-a | | |
|---------------------------|--|-----|
| Sub. 1 | a) $a=4k, b=6k, c=8k$ | 2 p |
| | $\frac{a+c}{nb} = \frac{12k}{6kn} = \frac{2}{n}$ este, număr prim <u>dacă $n=1$</u> | 2 p |
| | b) Înlocuirea numerelor a, b, c și calculul sumei fracțiilor | 1 p |
| | Determinarea lui $k=6$ | 1 p |
| | Aflarea numerelor a, b, c | 1 p |
| Sub. 2 pct a | (OM= bisectoarea $\angle AOC \Rightarrow m(\angle AOM) = m(\angle MOC) = x \Rightarrow m(\angle AOD) = 90^\circ$ | 2 p |
| | $x = \frac{4}{7} \cdot (90^\circ - 2x) \Rightarrow x = 24^\circ \Rightarrow m(\angle AOC) = 48^\circ$ | 2 p |
| Sub. 2 pct b | $m(\angle AOM) = m(\angle NOB) = 24^\circ$ (unghiuri opuse la varf) $\Rightarrow m(\angle BOT) = 66^\circ$ | 1 p |
| | $m(\angle COT) = 66^\circ$ | 1 p |
| | $\angle COT \equiv \angle BOT \Rightarrow OT$ este bisectoarea unghiului COB | 1 p |
| Sub. 3 | a) $\frac{6}{606} < \frac{6}{n} < \frac{6}{600}$ rezultă pentru n valorile 605, 604, 603, 602, 601 | 2 p |
| | b) Fie k și n numere naturale astfel încât $\frac{1}{101} < \frac{p}{n} < \frac{1}{100}$, deci | 2 p |
| | $\frac{p}{101p} < \frac{p}{n} < \frac{p}{100p}$ pentru fiecare $p > 2$ avem $101p > n > 100p$, deci n ia p-1 valori | 1 p |
| | Pentru p cel mult egal cu 200 avem $1+2+3+\dots+199 = 199 \cdot 200 : 2 = 19900$ | 2 p |
| | | |

Se punctează corespunzător orice soluție alternativă