INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI TULCEA
OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
- faza locală 22 februarie 2014 –

Clasa a VIII-a

<u>Subiectul 1.</u>

In cubul ABCDEFGH, se notează cu M mijlocul muchiei [AB]

a) Demonstraţi că secţiunea determinată în cub de planul (HCM) este un trapez isoscel.

b) Arătaţi că aria acestui trapez este mai mare decât aria unei feţe a cubului

<u>Subiectul 2.</u>

a) Aflaţi valoarea minimă a numărului natural a pentru care expresia:
$E(x)=(x-1)(x+3)(x^2+2x+3)+a$, este srtict pozitivă pentru orice număr real x.

b) Dacă $a,b \in R^*$ diferite şi $a^2+b^2=10ab$, calculaţi: $\dfrac{a+b}{a-b}$

<u>Subiectul 3.</u>

a) Arătaţi că: $\dfrac{1}{2}<\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{11}+\dfrac{1}{12}+\ldots+\dfrac{1}{24}<\dfrac{3}{2}$

b) Arătaţi că: $\dfrac{1}{3}<\dfrac{1}{2\cdot 3}+\dfrac{1}{3\cdot 4}+\dfrac{1}{4\cdot 5}+\ldots+\dfrac{1}{29\cdot 30}<\dfrac{1}{2}$

Timp de lucru 2 ore
Fiecare subiect se notează cu 7 puncte

S u c c e s !

	BAREM CLASA a VIII-a	
Sub. 1	a) Fie $\{P\}=CM\cap AD$ şi $\{N\}=PH\cap AE$. Planul (PCH) intersectează feţele ABFE şi DCGH ale cubului după dreptele MN şi CH paralele deci MNHC este trapez. Demonstraţia MC=NH b) Calculul ariei trapezului(in funcţie de a latura cubului) Aria unei feţe şi finalizarea	1 p 1 p 1 p 2 p 1+1 p
Sub. 2	a) $E(x)=(x^2+2x-3)\ )(x^2+2x+3)+a=(x^2+2x)^2-9+a$ Din condiţa E(x)>0 rezultă a-9>0 A număr natural, minim a=10 b) Din relaţia dată obţinem $(a+b)^2=12ab$ şi $(a-b)^2=8ab$, şi ab>0 deci $a+b=\sqrt{12ab}$, $a-b=\sqrt{8ab}$ finalizare	2p 1 p 1 p 1 p 1 p 1 p 1 p
Sub. 3	a) $\frac{1}{10}+\frac{1}{11}+\frac{1}{12}+\ldots+\frac{1}{24}<\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\ldots+\frac{1}{10}=\frac{15}{10}=\frac{3}{2}$ $\frac{1}{10}+\frac{1}{11}+\frac{1}{12}+\ldots+\frac{1}{24}>\frac{1}{24}+\frac{1}{24}+\frac{1}{24}+\ldots+\frac{1}{24}=\frac{15}{24}>\frac{12}{24}=\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+\frac{1}{4\cdot5}+\ldots+\frac{1}{29\cdot30}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\ldots+\frac{1}{29}-\frac{1}{30}=\frac{1}{2}-\frac{1}{30}$ demonstrarea celor două inegalităţi	2 p 1 p 2 p 2 p

Se puncteaza corespunzator orice solutie alternativa