CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ„ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală – Constanţa, 23.02.2014
Clasa a XII-a
filiera tehnologică : profil tehnic, toate specializările
filiera tehnologică: profil servicii, specializarea resurse naturale şi protecţia mediului

Subiectul I Pe mulţimea $(-3,\infty)\times(3,\infty)$ se defineşte legea de compoziţie asociativă:

$$(a,b)\Delta(c,d)=(ac+3a+3c+6,bd-3b-3d+12),\forall a,c\in(-3,\infty),\forall b,d\in(3,\infty)$$

a. Să se arate că $(a,b)\Delta(c,d)=((a+3)(c+3)-3,(b-3)(d-3)+3),\forall a,c\in(-3,\infty),\forall b,d\in(3,\infty)$

b. Să se determine elementul neutru

c. Să se calculeze $\underbrace{(a,b)\Delta(a,b)\Delta...\Delta(a,b)}_{de 2014 ori (a,b)}$

Soluţie a. Verificarea cerinţei 1p

b. Definirea elementului neutru ....1p, deteminarea elementului neutru $e=(-2,4)$ ... 3p

c. Demonstraţia $\underbrace{(a,b)\Delta(a,b)\Delta...\Delta(a,b)}_{2014}=\left((a+3)^{2014}-3,(b-3)^{2014}+3\right)$.....2p

Subiectul II Fie $f:R\to R$ o funcţie definită astfel $f(x)=\max\{1,x^2\},\forall x\in R$. Să se arate că funcţia

$F:R\to R$, $F(x)=\begin{cases} x,-1\le x\le 1\\ \frac{1}{3}x^3+\frac{2}{3},x>1\\ \frac{1}{3}x^3-\frac{2}{3},x<-1\end{cases}$, este o primitivă a lui f.

Soluţie Explicitarea lui $f(x)=\begin{cases}1,-1\le x\le 1\\ x^2,|x|>1\end{cases}$ ....2p , F derivabilă pe $(-\infty,-1)\cup(-1,1)\cup(1,\infty)$ 1p

F derivabilă în $x=1$ ...... 1p , F derivabilă în $x=-1$ .... 1p, calculul lui $F'(x)$ ......1p , verificarea condiţiei $F'(x)=f(x)$ 1p

Subiectul III Să se calculeze primitiva $\int\frac{5(x+1)}{(3x+2)(2x+3)}dx, x>0$

Soluţie $\int\frac{(3x+2)+(2x+3)}{(3x+2)(2x+3)}dx$ ....2p , $\int\frac{1}{2x+3}dx+\int\frac{1}{3x+2}dx$ 2p

$\frac{1}{2}\ln(2x+3)+\frac{1}{3}\ln(3x+2)+c$ ....2p , $\frac{1}{6}\ln\frac{(2x+3)^3}{(3x+2)^2}+c$ 1p

Subiectul IV Un antrenor de tenis, pasionat de matematică, se află in cantonament cu un lot de 5 jucători. În ultimele două zile de cantonament îi pune pe elevii săi să joace câte un set fiecare cu fiecare tur-retur şi notează rezultatele în tabelul următor, completând apoi diagonala principală după bunul plac.

“Set şi meci”	Andrei	Ştefan	Ionuţ	Viorel	Mihai
Andrei	**Ştefan**	Andrei	Ionuţ	Andrei	Mihai
Ştefan	Ştefan	**Ionuţ**	Ionuţ	Ştefan	Ştefan
Ionuţ	Ionuţ	Ştefan	**Viorel**	Ionuţ	Ionuţ
Viorel	Andrei	Ştefan	Ionuţ	**Viorel**	Mihai
Mihai	Mihai	Mihai	Mihai	Mihai	**Mihai**

a. Studiaţi comutativitatea şi existenţa elementului neutru
b. Care este clasamentul final dacă se acordă câte un punct la victorie la meci jucat?
c. Rezolvaţi ecuaţia Andrei “set şi meci” X “set şi meci” Ionuţ = Mihai

Soluţie Comutativitate ....1p, elementul neutru Viorel ....1p , clasametnul final...........2p
Mihai 6p , Ionuţ 6p , Stefan 5p , Andrei 3p , Viorel 0p
Verificarea variantelor şi gasirea soluţiei Mihai 3p

Notă: Orice soluţie corectă diferită de cea din barem primeste punctaj maxim.