

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ - 16 februarie 2014

Clasa a IX-a

VARIANTA 2

1. Fie a, b, c numere reale strict pozitive. Arătați că:

$$\frac{a}{a^2+bc} + \frac{b}{b^2+ac} + \frac{c}{c^2+ab} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

GM nr.11/2013

2. Fie $a \in \mathbb{R}$. Rezolvați ecuația :

$$[x]^2 + \left[x + \frac{1}{2} \right] = a + [2x], \text{ unde } [x] \text{ este partea întregă a numărului real } x.$$

GM nr.11/2013

3. Fie șirul $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ definit astfel: $a_1 = 0$ și $a_{n+1} = a_n + \sqrt{4a_n + 1} + 1$, $n \geq 1$.

a) Să se determine a_n .

b) Să se arate că $\sqrt{4a_1 + 1} + \sqrt{4a_2 + 1} + \dots + \sqrt{4a_n + 1} = n^2$, $n \geq 1$

GMB nr.11/2011

4. În paralelogramul ABCD avem $AB=4$, $BD=3$, $BC=2$. Fie G = centrul de greutate al $\triangle ABD$,

I = centrul cercului înscris în $\triangle BCD$ și $M \in (BC)$ astfel încât $\overline{BM} = 2\overline{MC}$. Să se arate că G, I, M sunt coliniare.

NOTA : Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.