

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALA – 25 IANUARIE 2014

Clasa a VI-a

Problema 1. Numărul natural \overline{abcd} se numește „*interesant*” dacă $a \neq 0$ și $4\overline{ab} = 3\overline{cd}$.

- a) Să se demonstreze că orice număr „*interesant*” este divizibil cu 76.
b) Să se afle cel mai mic număr „*interesant*”.

Relu Ciupea , Oltenița

Problema 2. Dacă $m, m \geq 2, k$ și n sunt numere naturale atunci:

- a) Determinați toate numerele k și n cu proprietatea $\frac{k^2}{2014} = \frac{2}{n^2 - 17}$.
b) Dacă $(m-1)m(m+1) = k^n$ arătați că $n=1$.

Nela Costache, Eugen Predoiu și Marin Neață, Călărași

Problema 3. Se considera mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, 2014\}$.

- a) Câte dintre elementele mulțimii A sunt numere divizibile cu 3 ?
b) Care este numărul maxim de elemente pe care îl poate avea o submulțime S a mulțimii A care are proprietatea că suma oricăror două elemente din S nu este divizibilă cu diferența lor.
c) Arătați că oricum am alege 5 numere prime mai mari ca 3, două dintre acestea au diferența divizibilă cu 12.

Gabriela Ruse și Florin Marcu, Călărași

Problema 4. Fie $\angle XOY$ un unghi propriu și punctele $A \in (OX, B \in (OY$ astfel încât $[OA] \equiv [OB]$. Semidreptele $(OZ$ și $(OT$ sunt incluse în interiorul unghiului $\angle XOY$ astfel încât $(OZ \subset \text{Int}(\angle XOY))$ și $\angle XOZ \equiv \angle TOY$. Dacă punctul M aparține bisectoarei unghiului $\angle ZOT, M \notin AB, (MA) \cap (OZ) = \{N\}, (MB) \cap (OT) = \{P\}$ și $(AP) \cap (BN) = \{Q\}$, arătați că:

- a) $[AP] \equiv [BN]$;
b) $Q \in [MO]$.

Sorin Furtună, Călărași

SUCCES!

Baremul de notare este: Problema 1. a) 5 puncte; b) 2 puncte; Problema 2. a) 3 puncte; b) 4 puncte; Problema 3. a) 3 puncte; b) 2 puncte; c) 2 puncte; Problema 4. a) 3 puncte; b) 4 puncte.