Olimpiada Naţională de Matematică
- etapa locală – 16 februarie 2014
Clasa a VII-a

Varianta 2

SUBIECTE:

1. a) Dacă x, y, z, t $\in \mathbf{R}_+$ şi x + y + z + t = 1007, arătaţi că:

$$\sqrt{x(y+z+t)}+\sqrt{y(z+t+v)}+\sqrt{z(t+x+y)}+\sqrt{t(x+y+z)}\le 2014$$

b) Arătaţi că:

$$\frac{10}{17}<\frac{1}{8}+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}+\ldots+\frac{1}{17}<1\frac{1}{4}$$

(7puncte)

2. Se dau numerele $a=\frac{3}{2\cdot 5}+\frac{7}{5\cdot 12}+\frac{11}{12\cdot 23}+\ldots+\frac{47}{255\cdot 302}$ şi

$b = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \ldots + 2013 \cdot 2014 - (1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + 2013^2)$

Stabiliţi dacă numărul $x=\sqrt{\left(\frac{151a}{3}\right)^{2014}+\left(\frac{b}{2015}\right)^{2013}}$ este număr iraţional.

(7puncte)

3. În patrulaterul convex ABCD se construieşte mediatoarea lui [BC] care intersectează pe [AD] în M. Dacă m(∢BMC) = 60^0, MB || CD şi CM || AB, să se determine măsura unghiului ascuţit format de diagonalele patrulaterului.

(7puncte)

E:14417 din GM 5/2013

4. Fie un triunghi ABC. Fie R pe semidreapta opusă lui (AB astfel încât AR = 2AB şi M mijlocul laturii AC. Considerăm punctele {T} = RM $\cap$ BC şi {L} = AT $\cap$ BM. Aflaţi raportul $\frac{LM}{LB}$.

(7puncte)

E: 14320 din GM 3/2012

NOTA : Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se noteaza de la 0 la 7 puncte.
Timp de lucru 3 ore.
Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.