



**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 25 IANUARIE 2014**

Clasa a VIII-a

Problema 1. Fie $x \in \mathbb{R}$, $x > 0$. Arătați că $(1+x)^3 + \left(1 + \frac{1}{x}\right)^3 = 16$ dacă și numai dacă $x = 1$.

Viorica Stoianovici, Călărași

Problema 2. Dacă $n = \overbrace{66\dots67}^{2013}$, calculați n^2 .

Cristina Bornea, Călărași

Problema 3. Dacă $ABCD A' B' C' D'$ este un paralelipiped dreptunghic și $AC \cap BD = \{O\}$, $AB' \cap A'B = \{M\}$, $BC' \cap B'C = \{N\}$ atunci:

- a) Demonstrați că planele (AMN) și $(A'C'D)$ sunt paralele.
- b) Determinați lungimea diagonalei paralelipipedului dacă se știe că $MN = 5 \text{ cm}$, $OM = \sqrt{41} \text{ cm}$ și $ON = \sqrt{34} \text{ cm}$.
- c) Paralelipiped dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ este cub dacă și numai dacă $B'O \perp AC$ și $BD' \perp (AMN)$.

Gheorghe Fianu, Perișoru

Problema 4. Dacă $ABCDEFGH$ este un paralelipiped dreptunghic, $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$, $AB = a\sqrt{2}$, $BC = a$, $AE = 2a$, $M \in (AB)$, $AM = BM$, $BD \cap CM = \{O\}$ atunci:

- a) Arătați că $CM \perp HO$.
- b) Există un punct $T \in (BF)$ cu proprietatea $HO \perp TO$? (justificați răspunsul)

Gabriela Ruse, Călărași

SUCCES!

Baremul de notare este: Problema 1. 7 puncte; Problema 2. 7 puncte; Problema 3. a) 2 puncte; b) 2 puncte; c) 3 puncte; Problema 4. a) 4 puncte; b) 3 puncte.