

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**
**ETAPA LOCALĂ - 16 februarie 2014**
**Clasa a VIII-a**
**VARIANTA 2**
**SUBIECTE:**

1. a) Fie numerele naturale nenule  $m$  și  $n$ , să se arate că  $(m^2 + n^2) : 7$  dacă și numai dacă  $m : 7$  și  $n : 7$ .  
b) Fiind date numerele  $x, y \in \mathbb{N}^*$ , astfel încât numerele  $2x + 5y$  și  $5x + 2y$  să fie pătrate perfecte, să se arate că  $x$  și  $y$  sunt multipli de 7.

2. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația:

$$\sqrt{|x-1|} + \sqrt{|x-2015|} = \sqrt{2014}.$$

(Problema E:14587 din G.M. nr. 12/2013)

3. Se dă un triunghi dreptunghi ABC, cu lungimile catetelor  $AB = a$  cm și  $AC = a\sqrt{3}$  cm. Se îndoiaie acesta după mediana AM,  $M \in (BC)$ , astfel încât distanța dintre punctele B și C să devină egală cu  $a\sqrt{2}$  cm și apoi se proiectează punctul C pe planul (ABM) în punctul O.
  - a) Să se arate că  $OB \perp AB$ ;
  - b) Să se calculeze distanța de la punctul C la planul (ABM).
4. Se consideră triunghiul dreptunghic ABC, cu  $m(\angle A) = 90^\circ$ ,  $AB = 8$  dm,  $AC = 3$  dm și trapezul dreptunghic ACDE, cu  $AE \parallel CD$ ,  $AE = 2\sqrt{2}$  dm,  $CD = 3\sqrt{2}$  dm,  $m(\angle ACD) = m(\angle CAE) = 90^\circ$  astfel încât  $AB \perp AE$ . Dacă  $d = (BED) \cap (ABC)$ , atunci:
  - a) Arătați că  $d \perp DC$ .
  - b) Calculați distanța de la punctul D la dreapta d.
  - c) Calculați tangenta unghiului determinat de planele (BED) și (ABC).

NOTA : Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.