

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ - 16 februarie 2014

Clasa a XI-a

VARIANTA 2

BAREM DE CORECTARE:

1a) Demonstratia prin calcul direct sau altfel-----4 puncte

b) Scrierea ecuatiei sub forma $\det(A)x^2 + (\text{tr}(A)\text{tr}(B) - \text{tr}(AB))x + \det(B) = 0$. ---1punct

Ecuatia este de gradul al doilea ($\det A \neq 0$)-----

1punct

Conditia $\Delta > 0$ și obtinerea $(\text{tr}(AB) - \text{tr}(A)\text{tr}(B))^2 > 4 \det(A)\det(B)$ -----1punct

2.a) Obținerea formei $X^n = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} a_n & 0 & b_n \\ 0 & 1 & 0 \\ b_n & 0 & a_n \end{pmatrix}$, unde $a_n = \frac{1}{2}(5^n + (-1)^n)$ și $b_n = \frac{1}{2}(5^n - (-1)^n)$, $\forall n \in \mathbb{N}$

,prin inductie sau cu șiruri sau altfel -----
3puncte

b) Reducerea la absurd și obtinerea $\det(A^2 + B^2) \geq 0$ -----2 puncte

$\det(X) < 0$ și finalizare-----1 punct

c) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} & 0 & 2 \end{pmatrix}$ ----- 1

punct

3 Convergența șirului-----4 puncte

Calculul primei limite (valoarea este 1)-----1 punct

Calculul celei de-a doua limite (valoarea este $\frac{2}{\pi}$)-----2 puncte

(Dacă prima limita se calculează folosind exprimarea termenului general al șirului sub forma

$x_n = \cos(\frac{\pi}{2^{n+1}})$, pentru inductie se acordă 4 puncte și pentru calculul primei limite 1 punct)

4.a) Cazul când șirul inițial este convergent -----
3puncte

Cazul cand șirul initial are limita $+\infty$ și finalizare----- /
punct

b) $a_n = (-1)^n (\forall) n \in N$ și verificare----- /
punct

c) Monotonia -----
1 punct

Mărginirea și finalizare cu teorema lui Weierstrass-----
1 punct