

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ - 16 februarie 2014

Clasa a XII-a

VARIANTA 2

1. Fie  $a \in (1, \infty)$  și funcția  $f: R \rightarrow R$  astfel încât  $\ln(f^2(x) + 1) + af(x) = x, (\forall)x \in R$ .  
Sa se demonstreze că funcția  $f$  admite primitive.

*Mihai Dragoș Totolici, R.M.T 1-2014*

2. Pe mulțimea  $M$  se definește o operație notată  $\cdot$  multiplicativ cu proprietatea

$$x \cdot (y \cdot x) = y, \forall x, y \in M.$$

Să se demonstreze că fiecare din ecuațiile

$$a \cdot x = b$$

și

$$x \cdot a = b,$$

unde  $a, b \in M$ , are soluție unică.

R.M.T. 1-2014

3. Determinați funcția  $f: R \rightarrow R$  ce satisface condițiile

- a)  $f$  este derivabilă cu derivata continuă;  
b)  $f(0) = 2013$ ;  
c)  $f'(x) - f(x) = e^x \cos x$ , oricare ar fi numărul real  $x$ .

Teodor Trișcă și Daniela Vicol, Botoșani, Supliment G.M

4. Câte elemente are grupul multiplicativ al matricelor de ordin 2 cu elemente în clasele de resturi modulo 3? Dar subgrupul matricelor ce au determinantul 1 modulo 3?

Suplimentul cu exerciții G.M.1/2014

NOTA : Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.