

CLASA A VII-A
SUBIECTE

SUBIECTUL 1.

Fie mulțimea $A = \{1; 2; 3; \dots; 2014\}$ și $a, b, c, d, x, y, m, n, p, q \in A$.

- a) Calculați $x \cdot y$, știind că $x = \frac{a}{a+d} + \frac{b}{b+d} + \frac{c}{c+d}$ și $y = \frac{d}{a+d} + \frac{d}{b+d} + \frac{d}{c+d}$.
- b) Dacă $m = \frac{a^3}{bcd}$, $n = \frac{b^3}{acd}$, $p = \frac{c^3}{abd}$ și $q = \frac{d^3}{abc}$, demonstrați că $a^4 + b^4 + c^4 + d^4 = 4abcd$.
- c) Demonstrați că, dacă numerele u și w nu sunt din A , dar verifică $\frac{1}{u} + \frac{1}{w} = \frac{1}{2014}$, atunci are loc egalitatea $\sqrt{(u-2014) \cdot (w-2014)} = 2014$.

SUBIECTUL 2.

1. Fie $n \in \mathbb{N}$. Știind că între numerele raționale $\frac{n}{7}$ și $\frac{n}{5}$ se găsesc cel puțin două numere naturale, să se arate că $n > 35$.
2. Să se determine cel mai mare număr natural $n \in \mathbb{N}$ pentru care următoarea problemă are soluție unică: „*Darius, Emi și Ilias au împreună n mere. Aflați câte mere are fiecare dintre ei, știind că Emi are de trei ori mai multe mere decât Darius, iar Ilias are mai multe mere decât Darius și mai puține decât Emi.*”

SUBIECTUL 3.

1. Liniile mijlocii ale unui triunghi isoscel sunt egale cu 3 și 7. Demonstrați că perimetrul triunghiului este egal cu 34.
2. Determinați toate dreptunghiurile, cu lungimile laturilor exprimate în numere naturale, pentru care aria și perimetrul se exprimă prin același număr.
3. Triunghiul $\triangle ABC$ este dreptunghic în A și are $m(\widehat{ABC}) = 30^\circ$. Considerăm înălțimea AF și bisectoarele BE și AD . Arătați că $\triangle AFD \sim \triangle BAE$ și că $BE = 2 \cdot AD$.

NOTĂ:

- Fiecare subiect se punctează de la 0-20 puncte. Toate subiectele sunt obligatorii.
- Durata probei este de 120 minute din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
- Elevul are dreptul să rezolve subiectele în orice ordine dorește.