

CLASA A VIII-A
ENUNȚURI

SUBIECTUL 1.

- 1) (6p) Fie $a, b, c \in \mathbb{N}$. Dacă singurul număr natural din intervalul $a; c$ este b , arătați că expresia $\sqrt{b^2 - a \cdot c}$ nu depinde de a, b, c .
- 2) (7p) Descompuneți în factori de gradul întâi expresia algebrică $E(x) = x^2 - 3x - 108$.
- 3) (7p) Un biciclist trebuie să parcurgă un drum de 36 km și își face socoteala că va ajunge la destinație la o anumită oră. Drumul fiind rău, viteza sa este cu 3 km/h mai mică decât cea prevăzută și din cauza aceasta el ajunge la destinație cu o întârziere de o oră. Se cere viteza cu care biciclistul a dorit să parcurgă drumul.

SUBIECTUL 2.

- 1) (8p) Demonstrați egalitatea următoare:

$$\left(\frac{b+c-a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a+c-b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a+b-c}{2}\right)^2 + \left(\frac{a+b+c}{2}\right)^2 = a^2 + b^2 + c^2, \quad \forall a, b, c \in \mathbb{R}.$$

- 2) (12p) Arătați că numărul 2016 poate fi scris și ca sumă de patru pătrate perfecte și ca sumă de trei numere naturale, pătrate perfecte.

SUBIECTUL 3.

Se consideră un paralelipiped dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ de dimensiuni a, b, c . Notăm cu d diagonala paralelipipedului, cu d_1, d_2, d_3 diagonalele fețelor sale, iar cu $u = \sphericalangle BD'; BB'$; $v = \sphericalangle BD'; BC$ și $w = \sphericalangle BD'; AB$.

- a) (6p) Arătați că $d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 = 2d^2$.
- b) (6p) Arătați că $\cos^2 u + \cos^2 v + \cos^2 w = 1$.
- c) (8p) Știind că $d_1 d_2 + d_2 d_3 + d_3 d_1 = 2d^2$, să se arate că $ABCD A' B' C' D'$ este cub.

NOTĂ:

- Fiecare subiect se punctează de la 0-20 puncte. Toate subiectele sunt obligatorii.
- Durata probei este de 120 minute din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
- Elevul are dreptul să rezolve subiectele în orice ordine dorește.