MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN IAŞI
ŞCOALA NR. 22 “B. P. HAŞDEU” IAŞI

CONCURSUL DE MATEMATICĂ
FLORICA T. CÂMPAN
EDIȚIA A XIV-A, 26 APRILIE 2014

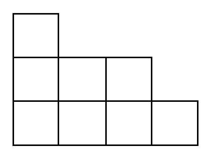
Barem - Clasa a V-a

Problema 1.
Două comisii, A şi B, lucrează la un proiect. Prima comisie are 13 membri, iar cea de-a doua are 6 membri. Fiecare dintre cele 19 persoane primeşte câte 60 de lei pe zi în primele 30 de zile lucrate şi câte 90 de lei pe zi începând cu cea de-a 31-a zi în care lucrează. Comisia A lucrează *x* zile, iar comisia B lucrează 2*x* zile. Suma totală de bani necesară pentru a plăti comisia A este egală cu suma totală necesară pentru a plăti comisia B.
Determinați valorile posibile ale lui *x*.

Adrian Zanoschi

Barem.
Dacă $2x \le 30$, problema nu are soluție. ….………………………………………………...…..3p
Dacă $x \le 30 < 2x$, atunci $13 \cdot 60 \cdot x = 6 \cdot 60 \cdot 30 + 6 \cdot 90 \cdot (2x - 30)$, de unde $x = 18$. ………………..5p
Dacă $x > 30$, atunci $13 \cdot 60 \cdot 30 + 13 \cdot 90 \cdot (x - 30) = 6 \cdot 60 \cdot 30 + 6 \cdot 90 \cdot (2x - 30)$, de unde mai obținem pentru *x* şi valoarea $x = 70$. ……………………………………………………………………..5p
Baza ………………………………………………………….………………2p

Problema 2.
Toate cele 8 pătrate mici din desenul alăturat au latura de 1 cm.



a) Numărați câte dreptunghiuri cu perimetrul de 8 cm pot fi identificate în figură. (Pătratele sunt şi ele dreptunghiuri!)
b) Determinați care este numărul minim de segmente cu lungimea de 1 cm care trebuie şterse din desen, astfel încât figura să nu mai conțină niciun pătrat cu latura de 1 cm.

Recreații Matematice 2/2013

Barem.
a) Dreptunghiurile cu perimetrul de 8 cm sunt fie de tip 3×1, fie de tip 2×2. ……………...……2p
Există 4 dreptunghiuri de tip 3×1 (unul vertical şi trei orizontale) şi 2 pătrate 2×2, prin urmare în figură pot fi identificate 6 dreptunghiuri cu perimetrul de 8 cm. ……………………………...……4p
b) Numărul minim căutat este 4. …………………………………………………………………...2p
Într-adevăr, prin ştergerea unui segment, se strică cel mult două pătrate mici. Cum trebuie stricate opt pătrate mici, trebuie să ştergem măcar 4 segmente de lungime 1 cm. ………………………....3p
Se dă un exemplu de patru segmente care, şterse, conduc la dispariția tuturor pătratelor mici din desen. …………………………………………………………………………………………………2p
Baza ……………………………………………………………………….….2p

Problema 3.

Într-o clasă sunt 7 elevi care colecționează cărți rare. Nu există doi elevi care să aibă o aceeaşi carte şi nici doi elevi care să aibă acelaşi număr de cărți.

Profesorul de matematică determină, pentru fiecare pereche de copii, care este numărul maxim de posibilități în care aceştia pot schimba între ei câte o carte şi notează numerele astfel determinate într-un tabel. De exemplu, dacă Andrei ar avea 20 cărți şi Sabina ar avea 17 de cărți, va trece în tabel numărul 340. Profesorul observă că tabelul conține numere diferite două câte două.

a) Stabiliți câte numere se află în tabel.

b) Determinați numărul de cărți din colecția fiecărui elev, ştiind că media aritmetică a celor 7 numere este 17, cel mai mic număr din tabel este 143, iar cel mai mare număr din tabel este 420.

Adrian Zanoschi

Barem.

a) Primul elev poate face schimb de cărți cu oricare dintre cei 6 colegi. Al doilea mai poate schimba cu 5 colegi (numărul schimburilor cu primul elev fiind deja notat în tabel) ş.a.m.d. Cum tabelul profesorului conține numere distincte, în tabel vor fi $6+5+...+1=21$ de numere. ………………5p

b) Fie $a_1 < a_2 < ... < a_7$ numerele căutate. Avem că $a_1 \cdot a_2 = 143$, $a_6 \cdot a_7 = 420$ şi $a_1 + a_2 + ... + a_7 =$ 119. …………………………………………………………………………………………... 3p

Din $a_1 \cdot a_2 = 143$ obținem că $a_1 = 1, a_2 = 143$ sau $a_1 = 11, a_2 = 13$. Prima situație nu convine, deoarece ar rezulta că $a_6 \cdot a_7 \geq 147 \cdot 148 > 420$; rămâne cea de-a doua. Atunci $a_6 \geq 17, a_7 \geq 18$ şi, cum $a_6 \cdot a_7 = 420$, deducem că $a_6 = 20, a_7 = 21$. ………………………………………………… 3p

Obținem că $a_3 + a_4 + a_5 = 54$, unde $14 \leq a_3 < a_4 < a_5 \leq 19$. Singura situație convenabilă este $a_3 =$ $= 17, a_4 = 18, a_5 = 19$. ………………………………………………………………………… 2p

Baza ……………………………………………………………………. 2p