

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN V A S L U I

TELEFON: 0235/311928

FAX: 0235/311715

e-mail: isjvaslui@isj.vs.edu.ro

website : <http://isj.vs.edu.ro>

Nr..... din.....



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ – ETAPA LOCALĂ

16 februarie 2014-CLASA a V-a

1. a) Calculați:

$$(11^{57} + 11^{56} - 11^{55}) : (11^{55} + 11^{54} - 11^{53}) + 169 : [13^6 \cdot 13^5 : (13^2)^5] =$$

b) Comparați numerele:

$$x = 2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot \dots \cdot 2^{2013} \text{ și } y = (2^{1007})^{2013}.$$

2. Fie mulțimile $A = \{a \mid a = 25k + 7, k \in N\}$ și $B = \{b \mid b = 2015p + 3, p \in N\}$.

Determinați $A \cap B$.

3. Ana, Barbu și Cristi au împreună o sumă de bani mai mică de 100 de lei, iar fiecare în parte are mai mult de 5 lei. Ana și Barbu au împreună de trei ori mai mult decât Cristi, iar Barbu și Cristi au împreună de trei ori mai mult decât Ana. Aflați care sunt cele mai mari și cele mai mici sume pe care le pot avea cei trei copii.

4. Determinați numerele naturale de forma \overline{abc} care verifică relația $\overline{ab} \cdot (b^2 + c^2) = 2014$.

G.M. 12/2013

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 2 ore.

Fiecare subiect rezolvat corect se notează cu 7 puncte.

BAREM DE NOTARE

Sub.		Puncte	
1.	a)	1p	a) $(11^{57}+11^{56}-11^{55}):(11^{55}+11^{54}-11^{53})+169:[13^6 \cdot 13^5:(13^2)^5]=$ $=[11^{55} \cdot (11^2+11^1-11^0)]:[11^{53} \cdot (11^2+11^1-11^0)]+169:(13^{11}:13^{10})$
		1p	$= (11^{55}:11^{53}) \cdot [(11^2+11^1-11^0):(11^2+11^1-11^0)]+169:13$
7p		1p	$= 11^2 \cdot 1 + 13$ $= 121 + 13$
		1p	$= 134$ <p style="text-align: center;">(1p)</p>
	b)	2p	b)Calculând $x=2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot \dots \cdot 2^{2013} = 2^{1+2+3+\dots+2013} = 2^{2013 \cdot 2014:2} = 2^{2013 \cdot 1007}$
		1p	și $y=(2^{1007})^{2013}=2^{1007 \cdot 2013},$
		1p	obținem $x=y.$
2.		3p	Fie $a \in A$. Dacă k este număr par, atunci $U(25k)=0$ și $U(a)=7$, iar dacă k este număr impar, atunci $U(25k)=5$ și $U(a)=2$.
		3p	Fie $b \in B$. Dacă p este număr par, atunci $U(2015p)=0$ și $U(b)=3$, iar dacă p este număr impar, atunci $U(2015p)=5$ și $U(b)=8$.
		1p	Așadar, $U(a) \in \{2,7\}$ și $U(b) \in \{3,8\}$, deci $A \cap B = \emptyset$.
3.		1p	Notă cu a, b, c sumele de bani pe care le au Ana, Barbu și Cristi a.î. $5 < a + b + c < 100$.
		1p	Din datele problemei rezultă relațiile: $a+b=3c$ și $b+c=3a$
		2p	Dacă scădem cele două egalități obținem $a - c = 3(c - a) \rightarrow a = c$ Sumele pe care le au cei trei copii Ana, Barbu și Cristi sunt:

		1p	$a, 2a, a$; cum $5 < a + b + c < 100 \rightarrow 5 < 4a < 100$ adica
		2p	$\frac{5}{4} < a < 25$. Așadar, cea mai mică sumă pe care o pot primi copii, în ordine, 6, 12 și 6 și cea mai mare 24, 48 și 24.
4.		3p	Cum $2014=2 \cdot 19 \cdot 53$ și \overline{ab} e un număr natural de două cifre cu $a \neq 0$, putem scrie $2014=38 \cdot 53=53 \cdot 38=19 \cdot 106$.
7p		1p	I. $\overline{ab}=38 \rightarrow b^2 + c^2=53 \rightarrow 64+c^2=53$ nu convine.
		1p	II. $\overline{ab}=53 \rightarrow b^2 + c^2=38 \rightarrow 9+c^2=38 \rightarrow c^2=29$ nu convine.
		1p	III. $\overline{ab}=19 \rightarrow b^2 + c^2=106 \rightarrow 81+c^2=106 \rightarrow c^2=25 \rightarrow c=5$.
		1p	Deci, $a=1, b=9, c=5$ și $\overline{abc}=195$.

Orice altă metodă care conduce la soluție primește punctaj maxim.