

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN V A S L U I

TELEFON: 0235/311928

FAX: 0235/311715

e-mail: isjvaslui@isj.vs.edu.ro

website : <http://isj.vs.edu.ro>

Nr..... din.....



MINISTERUL
EDUCAȚIEI
NAȚIONALE

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ – ETAPA LOCALĂ

16 februarie 2014-CLASA a VI-a

- Suma a trei numere prime distincte este egală cu 20.
 - Demonstrați că produsul celor trei numere este un număr par.
 - Calculați cele trei numere știind că dublul produsului lor este divizibil cu suma lor.
 - Demonstrați că diferența dintre cel mai mare număr prim și cel mai mic număr prim (din cele trei numere date) este tot un număr prim.
- Fie un număr natural p , prim cu $p > 3$. Demonstrați că:
 - Restul împărțirii lui p la 4 este 1 sau 3.
 - $(p - 1)(p + 1)$ este divizibil cu 24
- Rezolvați ecuația:

$$\frac{x+1}{2} + \frac{x+5}{3} + \frac{x+11}{4} + \frac{x+19}{5} + \frac{x+29}{6} + \frac{x+41}{7} + \frac{x+55}{8} + \frac{x+71}{9} + \frac{x+89}{10} = 45$$

(G.M. nr 10/ 2013)

- Fie triunghiul oarecare ABC cu măsura unghiului BAC de 30° . În exteriorul triunghiului se construiesc segmentele $[AD]$ și $[AE]$ astfel încât $[AD] \equiv [AB]$ și $[AC] \equiv [AE]$ iar $m(\sphericalangle BAD) = m(\sphericalangle CAE) = 60^\circ$. Demonstrați că segmentele $[DC]$ și $[BE]$ sunt congruente.
 - Două unghiuri complementare au o latură comună. Unghiul format de bisectoarele celor două unghiuri are măsura de 5° . Calculați măsurile celor două unghiuri complementare.

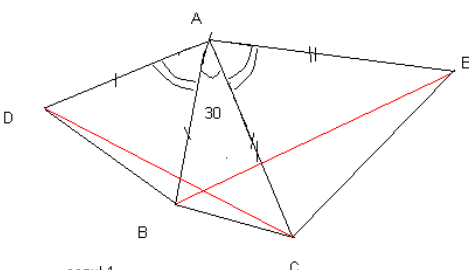
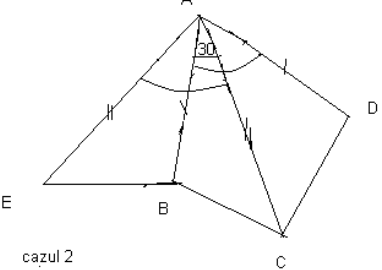
Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 2 ore.

Fiecare subiect rezolvat corect se notează cu 7 puncte.

BAREM DE NOTARE -16 februarie 2014-CLASA a VI-a

Sub.		Puncte	
1.	a)	1p	Notăm cu $a, b,$ și c cele trei numere prime. Deoarece suma celor trei numere este 20, atunci unul din ele este 2, deci produsul lor este un număr par
	b)	1p	Presupunem $a = 2 \rightarrow b + c = 18$
		2p	Dacă $b + c = 18$ există două cazuri: Cazul 1. $a = 2, b = 5$ și $c = 13$ $S = a + b + c = 20, P = a \cdot b \cdot c = 2 \cdot 5 \cdot 13 = 130,$ $2P = 260 \rightarrow 2P : S$
	2p	sau cazul 2. $a = 2, b = 7$ și $c = 11$ $S = a + b + c = 20, P = a \cdot b \cdot c = 2 \cdot 7 \cdot 11 = 154,$ $2P = 308 \rightarrow 2P$ nu este divizibil cu suma numerelor, deci acest caz nu este posibil.	
	c)	1p	$13 - 2 = 11$; 11 este număr prim
2.	a)		Deoarece p prim cu $p > 3$, avem că p impar, de forma $p=2q+1, q \in N, q \geq 2$
		1p	Dacă $q=2k, k \in N^*$ atunci $p=4k+1$, deci restul împărțirii lui p la 4 este 1
		1p	Dacă $q=2k+1, k \in N^*$ atunci $p=4k+3$, deci restul împărțirii lui p la 4 este 3.
7p	b)	1p	Dacă $q=2k, k \in N^*$ atunci $(p - 1)(p + 1) = 4k \cdot (4k + 2) = 8k(2k + 1) : 8$
		1p	Dacă $q=2k+1, k \in N^*$ atunci $(p - 1)(p + 1) = (4k + 2) \cdot (4k + 4) = 8(k + 1)(2k + 1) : 8$
		1p	Deoarece p este prim, p nu este divizibil cu 3, deci $p=3r+1$ sau $p=3r+2$
		1p	Dacă $p=3r+1$, atunci $(p - 1)(p + 1) = 3r(3r + 2) : 3$
		1p	Dacă $p=3r+2$, atunci $(p - 1)(p + 1) = 3(3r + 1)(r + 1) : 3$ $\left. \begin{array}{l} (p - 1)(p + 1) : 3 \\ (p - 1)(p + 1) : 8 \\ (3,8) = 1 \end{array} \right\} \rightarrow (p - 1)(p + 1) : 24$

<p>3.</p> <p>7p</p>		<p>1p</p> <p>1p</p> <p>2p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>	<p>La fiecare numărător adunăm și scădem 1</p> $\frac{x+1}{2} = \frac{x-1+2}{2} = \frac{x-1}{2} + \frac{2}{2} = \frac{x-1}{2} + 1$ <p>Similar se obțin și ceilalți termeni:</p> $\frac{x+5}{3} = \frac{x-1}{3} + 2; \quad \frac{x+11}{4} = \frac{x-1}{4} + 3; \quad \frac{x+19}{5} = \frac{x-1}{5} + 4;$ $\frac{x+29}{6} = \frac{x-1}{6} + 5; \quad \frac{x+41}{7} = \frac{x-1}{7} + 6; \quad \frac{x+55}{8} = \frac{x-1}{8} + 7;$ $\frac{x+71}{9} = \frac{x-1}{9} + 8; \quad \frac{x+89}{10} = \frac{x-1}{10} + 9$ <p>Prin adunarea termenilor se obține:</p> $(x-1) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} \right) + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$ $(x-1) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} \right) = 0$ <p>Deci $x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$</p>
<p>4.</p> <p>7p</p>	<p>a)</p>	<p>2p</p> <p>2p</p>	<p>Există două cazuri</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>cazul 1</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>cazul 2</p> </div> </div> <p>Cazul 1.</p> $\triangle ADC \equiv \triangle ABE \text{ (C. C.)} \rightarrow [DC] \equiv [BE]$ <p>Cazul 2.</p> $\triangle ADC \equiv \triangle ABE \text{ (L. U. L.)} \rightarrow [DC] \equiv [BE]$
<p>b)</p>		<p>1p</p> <p>2p</p>	<p>Notăm cu x și y măsurile celor două unghiuri complementare</p> $x + y = 90^\circ, x > y,$ $\frac{x}{2} - \frac{y}{2} = 5^\circ \quad x = 50^\circ; y = 40^\circ$

Orice altă metodă care conduce la soluție primește punctaj maxim.