Colegiul Naţional “Mircea cel Bătrân” Constanţa

Concursul Naţional de Matematică “N. N. Mihăileanu”

Ediţia a XV-a, 31 mai 2014

Clasa a VII-a

Subiectul 1

Determinaţi numerele naturale n pentru care numărul $m=\dfrac{4n+10}{n^2+2}$ este, de asemenea, număr natural.

Gazeta matematică nr. 2/2014

Subiectul 2

Fie $n\in\mathbf{N}^*$ și mulțimea $A_n=\left\{(x,\ y)\in\mathbf{N}\times\mathbf{N}\ \middle|\ \dfrac{x\cdot y}{x+y}=n\right\}$.

a) Câte elemente are mulțimea A_{2014}?

b) Există $n\in\mathbf{N}^*$ astfel încât A_n să aibă 2014 elemente?

** * **

Subiectul 3

Fie triunghiul ABC cu $AB>AC$ înscris într-un cerc, D mijlocul arcului BC care nu conține vârful A, d paralela prin D la AB şi punctul $E\in(AB)$ astfel încât $AE=AC$. Dacă M este punctul de intersecţie dintre mediatoarea segmentului $[BD]$ şi perpendiculara în D pe dreapta d, arătaţi că M este centrul cercului circumscris triunghiului BDE.

Cătălin Zîrnă

Subiectul 4

Fie ΔABC şi cevienele (AD), (BE) şi (CF) concurente în punctul M $\left(D\in(BC), E\in(AC)\right.$ şi $\left.F\in(AB)\right)$. Prin punctul A ducem dreapta d exterioară triunghiului ABC. Se mai consideră punctele P şi N astfel încât $\{P\}=DE\cap d$ şi $\{N\}=DF\cap d$. Dacă $[AP]\equiv[AN]$, arătaţi că:

a) $d\parallel BC$;

b) $\dfrac{PE}{ED}\cdot\dfrac{FD}{NF}=\dfrac{S_{\Delta ABD}}{S_{\Delta ACD}}$

Artur Bălăucă

Notă. Timp de lucru: 3 ore.
Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare problemă are 7 puncte.