

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICA „PANAITOPOL”

EDIȚIA A VI-A, TULCEA, 29 martie 2014

Clasa a VIII – a

1. Determinați numerele naturale prime n pentru care numărul $N = n^4 + n^2 + 1$ are exact patru divizori naturali.

2. Se consideră prisma patrulateră regulată $ABCD A' B' C' D'$ în care $m(\widehat{AC'}; (\widehat{BCB'})) = 30^\circ$.

Arătați că măsura unghiului dintre planele (ABD') și (ADC) este egală cu măsura unghiului dintre planele (ABD') și $(AA'C)$.

3. a) Se consideră numerele reale a , b și c care verifică simultan egalitățile $a + b + c = 2$ și $ab + bc + ca = 1$. Dacă $a = \frac{4}{3}$, determinați numerele b și c ;

b) Dacă numerele reale x , y și z verifică simultan egalitățile $x + y + z = 2$ și $xy + yz + zx = 1$, arătați că $x, y, z \in \left[0, \frac{4}{3}\right]$.

4. Determinați numerele naturale a și b și numărul prim p astfel încât $2^a + 3^b = p^2$.

Notă: - Toate subiectele sunt obligatorii.

- Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.

- Timp de lucru: 3 ore efectiv.