



Colegiul Național "Mircea cel Bătrân" Constanța

Concursul Național de Matematică "N. N. Mihăileanu"

Ediția a XV-a, 31 mai 2014

Clasa a VIII-a

Subiectul 1

Se consideră cubul $ABCD A' B' C' D'$. Dacă M este mijlocul muchiei $[CC']$, determinați măsura diedrului format de planele $(AB'M)$ și $(A'MC')$.

Gazeta matematică nr. 2/2014

Subiectul 2

Fie $a, b \in \mathbf{R}$ și funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = ax + b$ astfel încât $f(0) = -5$ și $f(f(0)) = -15$.
Determinați toate valorile reale ale lui m astfel încât soluția inecuației $f(x) \cdot f(m-x) > 0$ este un interval de lungime 2.

Subiectul 3

Să se rezolve în mulțimea numerelor întregi ecuația: $x^2 + 5y^2 = 3x \cdot (y+1) + y$.

Artur Bălăucă

Subiectul 4

Să se arate că $\left[\sqrt{k^2+1} + \sqrt{k^2+2} + \dots + \sqrt{k^2+2k} \right] = 2k^2 + k$, pentru orice $k \in \mathbf{N}^*$ (s-a notat cu $[a]$, partea întreagă a numărului a).

Notă. Timp de lucru: 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare problemă are 7 puncte.