R O M Â N I A
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2, Tel: 0260-661391, Fax.: 0260-619190
E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE – filiala SĂLAJ

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală, 14 februarie 2014

Clasa a IX-a, Servicii şi Tehnic

PROBLEMA 1

Fie numerele $a = \frac{\sqrt{8}+3}{2}$ *şi* $b = \frac{3\sqrt{2}-4}{2\sqrt{2}}$. *Să se arate că:*

a) media aritmetică, media armonică şi media geometrică a numerelor a şi b sunt numere raţionale.

b) media ponderată, cu ponderile 3 şi 5, a numerelor a şi b este un număr iraţional.

PROBLEMA 2

Se consideră expresia $E(x) = [x] + \left[x + \frac{1}{3}\right] + \left[x + \frac{2}{3}\right] - [3x]$

a) Să se calculeze [3,4] + [-3,4]

b) Să se calculeze E(0)

c) Să se arate că, dacă $x \in \left[0, \frac{1}{3}\right)$, *atunci E(x) = 0*

PROBLEMA 3

a) Fie $a,b \in [0.\infty)$. *Arătaţi că:* $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$.

b) Fie $a,b,c \in \mathbf{R}$. *Arătaţi că:* $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

PROBLEMA 4

Între 1 şi 9 august inclusiv, într-o anume zonă a ţării, temperatura aerului creşte zilnic cu 0,5°. Dacă temperatura medie din acest interval este de 32° determinaţi temperatura aerului din ziua de 7 august.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 3 ore. Punctajul maxim acordat pentru fiecare problemă este de 7 puncte.

R O M Â N I A
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2, Tel: 0260-661391, Fax.: 0260-619190
E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE – filiala SĂLAJ

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală, 14 februarie 2014

Clasa a X-a, Servicii și Tehnic

PROBLEMA 1

a) Dacă $\log_5 2 = a$ *şi* $\log_5 3 = b$, *calculaţi în funcţie de a şi b* $\log_{12} 324$.

b) Dacă $\log_2 3 = a$ *şi* $\log_3 5 = b$, *calculaţi în funcţie de a şi b* $\log_6 150$.

PROBLEMA 2

Se consideră ecuația $z^2 + z + 1 = 0$ *cu rădăcinile* z_1 *și* z_2.
a) Să se determine z_1 *și* z_2.
b) Dacă α *este o rădăcină a ecuației date, arătați că* $\alpha^3 = 1$.
c) Să se calculeze $z_1^2 + z_2^2$ *și* $z_1^4 + z_2^4$

PROBLEMA 3

a) Fie $a = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} + \sqrt{11 + 6\sqrt{2}} + \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$. *Arătaţi că a=8.*

b) Fie $a = \left(\frac{(0{,}0625)^{-0.25} + (0.25)^{0.5}}{250}\right)^{-\frac{1}{2}}$. *Arătaţi că* $a = 10$.

PROBLEMA 4

Fie $x \in \mathbb{Z}$ *şi* $E(x) = \frac{4}{4 + a^x}, a \in \mathbb{R}^*$

a) Aflaţi $a \in \mathbb{R}^*$ *ştiindcă* $E(-1) + E(2) = 1$.

b) Pentru $a = 16$ *arătaţi că* $E(1 - x) + E(x) = 1, \forall x \in \mathbb{Z}$.

c) Calculaţi suma $S = E(-2013) + E(-2012) + \cdots + E(2014)$

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 3 ore. Punctajul maxim acordat pentru fiecare problemă este de 7 puncte.

R O M Â N I A
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2, Tel: 0260-661391, Fax.: 0260-619190
E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE – filiala SĂLAJ

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală, 14 februarie 2014

Clasa a XI-a, Servicii şi Tehnic

PROBLEMA 1

Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 6 & 3 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$.

a) Să se arate că $A^2 - 7A = O_2$.

b) Să se calculeze A^n, $\forall\, n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.

c) Determinaţi matricea $B = A + A^2 + A^3 + \ldots + A^n$.

PROBLEMA 2

În sistemul cartezian xOy *considerăm punctele* $A(1, 1)$ *şi* $B(n, n+1)$, $n \in N$.

a) Determinaţi ecuaţia dreptei B_1B_2.

b) Arătaţi că punctele B_n, B_m, B_p *sunt coliniare,* $\forall n, m, p \in N$ *numere distincte.*

c) Determinaţi $n \in N$ *ştiind că aria triunghiului* AB_1B_n *este egală cu 2.*

PROBLEMA 3

Să se determine numerele a,b,c reale astfel încât funcţia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R} \setminus \{-c\}.$, $f(x) = \frac{x^2+ax+b}{x+c}$ *să aibă ca asimptote dreptele de ecuaţii* $x = 1$ *şi* $y = x + 2$ *iar punctul P(2,6) să fie un punct al graficului.*

PROBLEMA 4

a) $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{3x+1}{\sqrt{4x^2-1}}$; **b)** $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\sqrt{2x-1}-1}{x-1}$; **c)** $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\sin(x-1)}{x^2-1}$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 3 ore. Punctajul maxim acordat pentru fiecare problemă este de 7 puncte.

R O M Â N I A
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2, Tel: 0260-661391, Fax.: 0260-619190
E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

SOCIETATEA DE ŞTIINŢE MATEMATICE – filiala SĂLAJ

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală, 14 februarie 2014

Clasa a XII-a, Servicii şi Tehnic

PROBLEMA 1

Pe mulțimea $G=[7,\infty)$ *se definește legea de compoziție internă:*

$$x*y=xy-7(x+y)+56, \forall x,y\in G$$

a) Arătați că $x*y=(x-7)(y-7)+7$, $\forall x,y\in G$.
b) Demonstrați că $(G,*)$ *este grup abelian.*
c) Calculați : $\frac{2014}{7}*\frac{2013}{7}*\frac{2012}{7}*\,.....\,*\frac{7}{7}$.

PROBLEMA 2

Pe mulţimea H={0,1, 2, 3, 4} se defineşte legea de compoziţie $x \circ y=\begin{cases} x-y, x\geq y \\ x+y, x<y\leq 2 \\ y-x, x\leq 3 \text{ şi } y>2 \end{cases}$

a) Să se întocmească tabla acestei legi
b) Să se calculeze valoarea numărului $1\circ 2\circ 3\circ 4\circ 3\circ 2\circ 1$

PROBLEMA 3

Să se calculeze următoarele integrale :

a) $\int \frac{-5+\sqrt{x2+9}}{x^2+9}\,dx$

b) $\int e^x \sin x\, dx$

c) $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x+5}\, dx$

PROBLEMA 4

Se consideră funcțiile $f,F:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2e^x$ *și* $F(x)=e^x(x^2+ax+b)$, *unde* $a,b\in\mathbb{R}$.
a) Pentru $a=2$ *și* $b=3$, *calculați* $\int \frac{F(x)}{f(x)}dx$, $x>0$;
b) Calculați $I=\int \frac{f(x)}{x}dx$, $x>0$;
c) Aflați $a,b\in\mathbb{R}$ *pentru care funcția F este o primitivă a funcției f.*

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 3 ore. Punctajul maxim acordat pentru fiecare problemă este de 7 puncte.