

**CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”**

Etapa locală – Constanța, 23.02.2014

Clasa a X-a

filiera tehnologică : profil tehnic, toate specializărilefiliera tehnologică: profil servicii, specializarea resurse naturale și protecția mediului**Subiectul I**Fie $x \in \mathbb{Z}$ și $E(x) = \frac{2}{4^x + 2}$.

- Calculați $E(-1)$, $E(0)$ și $E(1)$;
- Arătați că $E(1-x) + E(x) = 1$, oricare ar fi $x \in \mathbb{Z}$;
- Calculați suma $S = E(-99) + E(-98) + \dots + E(100)$.

Subiectul II1. Fie $a = \log_{30} 3$ și $b = \log_{30} 5$. Calculați $\log_{30} 8$ în funcție de a și b .2. Fie $a \in (0,1) \cup (1,+\infty)$ și $n \in \mathbb{N}^*$. Arătați că:

$$\frac{1}{\log_a 3 \cdot \log_a 9} + \frac{1}{\log_a 9 \cdot \log_a 27} + \dots + \frac{1}{\log_a 3^n \cdot \log_a 3^{n+1}} = \frac{n}{n+1} \cdot \frac{1}{\log_a^2 3}$$

Subiectul III1. Fie $z \in \mathbb{C}$. Arătați că dacă $|z| = \sqrt{2}$, atunci $\frac{z+2}{z} = 1 + \bar{z}$.2. Determinați $a \in \mathbb{R}$ astfel încât numărul $z = \frac{i + \sqrt{2}}{a - i + ai}$ să fie număr real.**Subiectul IV**1. Determinați $n \in \mathbb{N}$ pentru care are loc egalitatea:

$$\frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}} = 10.$$

2. Fie $x \in \mathbb{N}$ și $y \in \mathbb{R}_+$, astfel încât $x + y = 3 + \sqrt{2}$. Arătați că $\frac{2x+y}{x+4y} \leq \frac{7\sqrt{2}+2}{8}$.

Notă: Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7

Nu se acordă puncte din oficiu