CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța, 23.02.2014
Clasa a XI-a
filiera teoretică: profil real, specializarea ştiinţe ale naturii

Subiectul I

Fie $A=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 1 & 1\end{pmatrix}, A\in M_2(R)$

a. Să se arate că există $a\in R$ astfel încât $A^2=aA$
b. Să se calculeze $(A-A^t)^{2013}$
c. Să se rezolve ecuaţia $X^5=A, X\in M_2(R)$

Subiectul II

Fie $A(k)=\begin{pmatrix}k & 2k & 1\\ 1 & k & 2k\\ 2k & 1 & k\end{pmatrix}, k\in N^*, A(k)\in M_3(R)$

a. Aflaţi $\det\left(A(k)\right)$
b. Calculaţi $\sum_{k=1}^{n}\det(A(k))$

Subiectul III

a. Calculaţi $\lim_{x\to 1}\frac{e^{x^2-1}+e^{x^2-3x+2}-2}{x^2-4x+3}$

b. Calculaţi $\lim_{x\to\infty}\frac{\ln(x^2+x+1)}{\ln(x^6+x^2+1)}$

c. Determinaţi $a\in R$ astfel încât $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{x^3+ax^2}-\sqrt{x^2-ax}\right)=1$

Subiectul IV

Fie $f:R\to R, f(x)=\begin{cases}2x-\sqrt{m^2x^2+mx+1}, x\le 1\\ \sqrt{x-1}+|m|\sqrt{x}, x>1\end{cases}$

Dacă $A=\left\{m\in R / \exists\lim_{x\to 1} f(x)\right\}$

a. Aflaţi A
b. Deteminaţi numărul $\alpha=\sum_{m\in A} m^2$

Notă: Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7
Nu se acordă puncte din oficiu