

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICĂTĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța, 23.02.2014

Clasa a XII-a

filiera teoretică: profil real, specializarea științe ale naturii

Subiectul I

Fie mulțimea $G = \left\{ A(x) = \begin{pmatrix} 2-x & 1-x \\ 2(x-1) & 2x-1 \end{pmatrix} / x \in \mathbb{R}^* \right\}$. Arătați că:

- a) G este parte stabilă a lui $M_2(\mathbb{R})$ în raport cu înmulțirea matricelor.
- b) (G, \cdot) este grup comutativ.
- c) (\mathbb{R}^*, \cdot) izomorf cu (G, \cdot) .

Subiectul II

Fie (G, \cdot) un grup cu elementul neutru e și $a, b \in G$ astfel încât $aba^{-1} = b^5$ și $a^3 = e$. Arătați că:

- a) $b^{125} = b$
- b) $b^{2014} = b^{30}$.

Subiectul III

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$ o funcție derivabilă cu derivata continuă. Calculați :

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)[1+f^3(x)]} dx.$$

Subiectul IV

Calculați: $I = \int \frac{2n! \sin x + x^n}{e^x + \sin x + \cos x + P_n(x)} dx, x \in I \subset \mathbb{R},$

unde $P_n(x) = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!}, n \in \mathbb{N}^* .$

Notă: Timp de lucru 3 ore
 Toate subiectele sunt obligatorii
 Fiecare subiect se notează de la 0 la 7
 Nu se acordă puncte din oficiu