

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ,,ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța, 23.02.2014

Clasa a XII-a

 filiera teoretică: profil umanist, toate specializările
Subiectul I

 Fie $E = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ și mulțimea $M = \{A \in M_2(\mathbb{R}) / AE = EA\}$.

Aratați ca:

a) Pentru orice matrice $A \in M$, $\exists a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât $A = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$.

b) $E^2 = -I_2$ și pentru $\forall A \in M$ se poate scrie unic sub forma $A = aI_2 + bE$ ($a, b \in \mathbb{R}$)

Subiectul II

 Fie $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 4 & 6 & 8 \\ 6 & 8 & 10 \end{pmatrix}$. Aflați $X \in M_3(\mathbb{R})$ astfel încât $X + X' = A$.

Subiectul III

 Fie $a \in \mathbb{R}$ și $X(a) = \begin{pmatrix} 1+2a & a \\ -2a & 1-a \end{pmatrix}$.

a) Aratați ca $X(a) \cdot X(b) = X(a+b+ab)$, $\forall a, b \in \mathbb{R}$.

b) Calculați $X^5(1)$.

Subiectul IV

 Fie $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Aflați $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ astfel încât $A^2 = O_2$.

Notă: Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7

Nu se acordă puncte din oficiu