

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța, 23.02.2014

Clasa a XII-a

filiera tehnologică : profil tehnic, toate specializările

filiera tehnologică: profil servicii, specializarea resurse naturale și protecția mediului

Subiectul I

Pe mulțimea $(-3, \infty) \times (3, \infty)$ se definește legea de compoziție asociativă:

$$(a, b) \Delta (c, d) = (ac + 3a + 3c + 6, bd - 3b - 3d + 12), \forall a, c \in (-3, \infty), \forall b, d \in (3, \infty)$$

a. Să se arate că $(a, b) \Delta (c, d) = ((a + 3)(c + 3) - 3, (b - 3)(d - 3) + 3), \forall a, c \in (-3, \infty), \forall b, d \in (3, \infty)$

b. Să se determine elementul neutru.

c. Să se calculeze $\underbrace{(a, b) \Delta (a, b) \Delta \dots \Delta (a, b)}_{\text{de } 2014 \text{ ori } (a, b)}$

Subiectul II

Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție definită astfel $f(x) = \max\{1, x^2\}, \forall x \in \mathbb{R}$. Să se arate că funcția

$$F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, F(x) = \begin{cases} x, & -1 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{3}, & x > 1 \\ \frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{3}, & x < -1 \end{cases}, \text{ este o primitivă a lui } f.$$

Subiectul III

Să se calculeze primitiva $\int \frac{5(x+1)}{(3x+2)(2x+3)} dx, x > 0$

Subiectul IV

Un antrenor de tenis, pasionat de matematică, se află în cantonament cu un lot de 5 jucători. În ultimele două zile de cantonament îi pune pe elevii săi să joace câte un set fiecare cu fiecare tur-retur și notează rezultatele în tabelul următor, completând apoi diagonala principală după bunul plac.

“Set și meci”	Andrei	Ștefan	Ionuț	Viorel	Mihai
Andrei	Ștefan	Andrei	Ionuț	Andrei	Mihai
Ștefan	Ștefan	Ionuț	Ionuț	Ștefan	Ștefan
Ionuț	Ionuț	Ștefan	Viorel	Ionuț	Ionuț
Viorel	Andrei	Ștefan	Ionuț	Viorel	Mihai
Mihai	Mihai	Mihai	Mihai	Mihai	Mihai

- Studiați comutativitatea și existența elementului neutru
- Care este clasamentul final dacă se acordă câte un punct la victorie la meci jucat?
- Rezolvați ecuația Andrei “set și meci” X “set și meci” Ionuț = Mihai

Notă:

Timp de lucru 3 ore
 Toate subiectele sunt obligatorii
 Fiecare subiect se notează de la 0 la 7
 Nu se acordă puncte din oficiu