



CONCURSUL DE MATEMATICĂ
FLORICA T. CÂMPIAN
ETAPA JUDEȚEANĂ, 26 APRILIE 2014
CLASA A VII-A

1) Pe ecranul unui calculator este scris numărul $\underbrace{122 \dots 2}_{2014} \underbrace{000 \dots 0}_{2014}$. La fiecare minut, pe ecran apare câte un nou număr, prin eliminarea unei cifre de 2 și a unei cifre de 0 din numărul scris anterior, până când numărul rămas pe ecran are o singură cifră.

a) Arătați că niciunul dintre numerele scrise pe ecran nu este pătrat perfect.

b) Arătați că $\underbrace{11 \dots 1}_{n+1}^2 - \underbrace{11 \dots 1}_n^2$ este divizibil cu $2 \cdot 10^n$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$.

c) Arătați că suma tuturor numerelor scrise pe ecran este pătrat perfect.

2) O broască pleacă din originea axei numerelor și înaintează prin salturi după următoarea regulă : de fiecare dată sare pe cel mai apropiat număr natural multiplu de 3 sau pe cel mai apropiat multiplu de 13. Un traseu este o succesiune de salturi făcute după regula stabilită, între 0 și 39. Care este numărul maxim de trasee pe care le poate urma broasca?

3) Un proprietar deține un teren intravilan în formă de triunghi și un teren extravilan foarte întins.

a) Dacă într-un triunghi ABC, punctele M, N, P sunt mijloacele laturilor triunghiului,

calculați raportul dintre aria triunghiului MNP și aria triunghiului ABC.

b) Pe terenul extravilan sunt amplasați 2014 țăruiși, astfel încât triunghiul determinat de

oricare trei dintre aceștia, are aria de cel mult 1 ha. Să se arate că se poate delimita un

triunghi de arie cel mult 4 ha, în care să se găsească toți țăruișii.

c) Proprietarul vrea să împrejmuiască terenul intravilan, având suprafața de 2 dam².

Arătați că nu sunt suficienți 6 dam de gard.

Notă: Timp de lucru – 2 ore

Fiecare subiect se notează cu puncte de la 2 la 15.